

# TEDS-IME

Teacher Education and Development Study  
Inclusive Mathematics Education

## Algebra inklusiv unterrichten

Teil 2: Bei Äquivalenzumformungen  
Lernstufen identifizieren,  
diagnostizieren & fördern



Hintergrundbild: freepik.com

**Sabine Sondermann & Martin Musterfrau**

Hier eigenen Namen einfügen

Aus- und Fortbildungsmaterial wurde entwickelt im Rahmen von TEDS-IME  
unter aktiver Mitwirkung von Claudia Ademmer



## Unser Programm für heute

- 1. Ankommen, Begrüßen & Ziele für heute**
2. Verstehensorientiertes Lernen am Beispiel von Äquivalenzumformungen (Teil II)
3. Lernstufen identifizieren, diagnostizieren und fördern
4. In einer Unterrichtssituation das Vorwissen von Lernenden diagnostizieren und fördern
5. Abschluss

## Fragen zu Ihrem Unterricht



### *Zum Ankommen...*

Denken Sie an die letzte Sitzung von *Algebra inklusiv* unterrichten

- Was war für Sie besonders wichtig?
- Haben Sie schon etwas im Unterricht umsetzen können? Wie ist es gelaufen?
- Ist Ihnen etwas in Ihrem Unterricht aufgefallen, was zu unserem Thema passt?

Tauschen Sie sich aus.

## Rückblick auf Zwischenstand zur Verstehensorientierung

In einem verstehensorientierten Mathematikunterricht soll zunächst das inhaltliche Verstehen vor dem rezeptartigen Anwenden des Kalküls stehen.

	<p>aktuelles Unterrichtsthema: <b>Äquivalenzumformungen</b></p>
<p>konzeptuelles Verständnis</p>	<p><b>neue Verstehenselemente</b></p>
<p>prozedurale Fertigkeiten</p>	<p><b>neue prozedurale Fertigkeiten</b></p>



(adaptiert nach Prediger, 2020)

## Dilemma im inklusiven Mathematikunterricht

... um dies zu können, müssen die Lernenden entsprechendes Vorwissen mitbringen.

	Grundlagen aus vorangegangenen Unterrichtsthemen	aktuelles Unterrichtsthema: <b>Äquivalenzumformungen</b>
konzeptuelles Verständnis	<b>Verstehensgrundlagen</b>	<b>neue Verstehenselemente</b>
prozedurale Fertigkeiten	<b>Basiskönnen</b>	<b>neue prozedurale Fertigkeiten</b>

**Vorwissen**

(adaptiert nach Prediger, 2020)

## Dilemma im inklusiven Mathematikunterricht



Große Heterogenität bzgl. des mathematischen Vorwissens, mit vergrößerten Unterschieden seit Pandemiebeginn (Hammerstein et al., 2021).

**Wie können zum selben Lerngegenstand verstehensorientierte Lernangebote gemacht werden, die diese Unterschiedlichkeit berücksichtigt?**

Worum geht es?

# Algebra inklusiv unterrichten

XX.XX.

## 1. Sitzung

Agenda 1. Sitzung

Thema	Inhalt	Methoden	Materialien
1. Begrüßung	...	...	...
2. Algebra	...	...	...
3. Inklusives Unterrichten	...	...	...
4. Probleme & Zusammenfassung	...	...	...

Term- und  
Äquivalenz-  
umformungen

XX.XX.

## 2. Sitzung



Äquivalenz-  
umformungen

XX.XX.

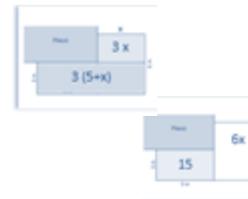
## 3. Sitzung



Äquivalenz-  
umformungen

XX.XX.

## 4. Sitzung



Termgleich-  
wertigkeit

XX.XX.

## 5. Sitzung



Terme  
aufstellen &  
beschreiben

## Was erwartet Sie heute

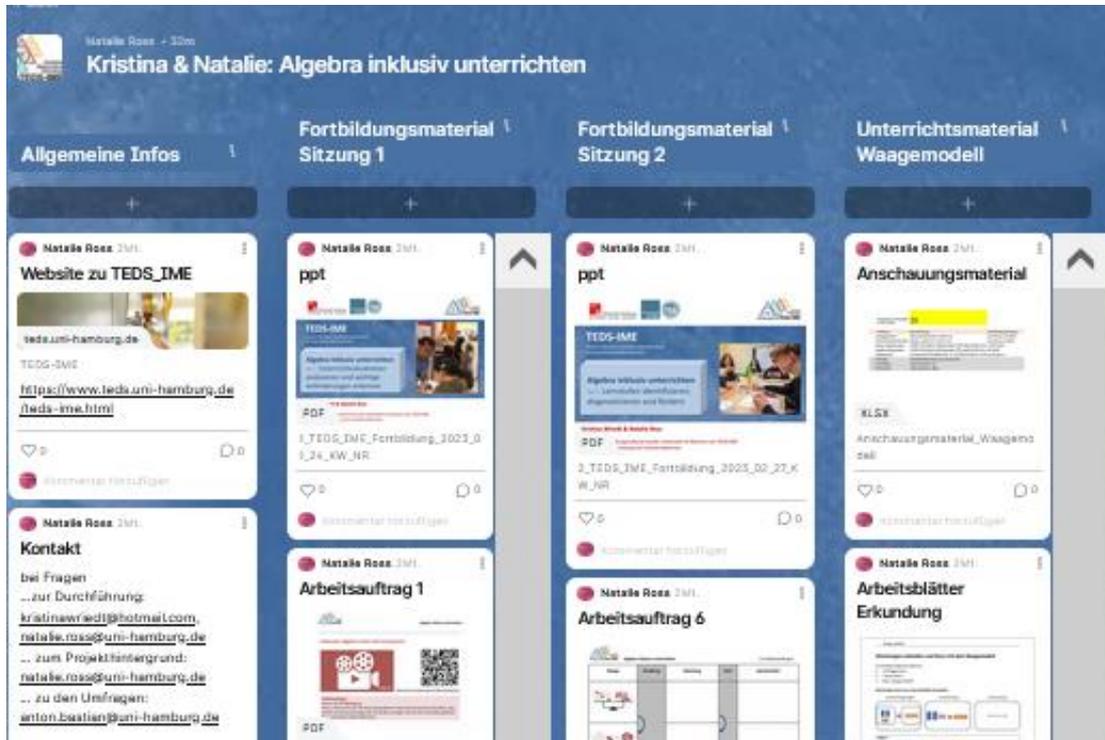
### Am Beispiel von Äquivalenzumformungen

soll es darum gehen

- eine Lernumgebung zur Einführung kennenzulernen,
- das notwendige Vorwissen zu analysieren,
- unterschiedliche mathematische Lernstufen zu identifizieren *und* für diese passende Fördermöglichkeiten aufzuzeigen,
- in einer konkreten Unterrichtssituation diese Lernstufen zu diagnostizieren und zu überlegen, wie diese im gemeinsamen Unterrichtsgespräch gleichzeitig gefördert werden können.



## Alle Materialien zur Fortbildung im Padlet



The screenshot shows a Padlet board with the following content:

- Allgemeine Infos:**
  - Website zu TEDS\_IME: <https://www.teds.uni-hamburg.de/teds-ime.html>
  - Kontakt:
    - bei Fragen ...zur Durchführung: [kristinawriedt@hotmail.com](mailto:kristinawriedt@hotmail.com), [natalie.ross@uni-hamburg.de](mailto:natalie.ross@uni-hamburg.de)
    - ... zum Projekt Hintergrund: [natalie.ross@uni-hamburg.de](mailto:natalie.ross@uni-hamburg.de)
    - ... zu den Umfragen: [anton.baastian@uni-hamburg.de](mailto:anton.baastian@uni-hamburg.de)
- Fortbildungsmaterial Sitzung 1:**
  - ppt: TEDS-IME Algebra inklusiv unterrichten in Lernstufe identifizieren, Argumentieren und Beweisen
  - PDF: 1\_TEDS\_IME\_Fortbildung\_2023\_01\_24\_KW\_NR
  - Arbeitsauftrag 1
- Fortbildungsmaterial Sitzung 2:**
  - ppt: TEDS-IME Algebra inklusiv unterrichten in Lernstufe identifizieren, Argumentieren und Beweisen
  - PDF: 2\_TEDS\_IME\_Fortbildung\_2023\_02\_27\_KW\_NR
  - Arbeitsauftrag 6
- Unterrichtsmaterial Waagemodell:**
  - Anschauungsmaterial
  - Arbeitsblätter Erkundung



<https://padlet.com/natalieross7/kristina-natalie-algebra-inklusiv-unterrachten-lme9t0rsgwlg4ks>



## Unser Programm für heute

1. Ankommen, Begrüßen & Ziele für heute
2. **Verstehensorientiertes Lernen am Beispiel von Äquivalenzumformungen (Teil II)**
3. Lernstufen identifizieren, diagnostizieren und fördern
4. In einer Unterrichtssituation das Vorwissen von Lernenden diagnostizieren und fördern
5. Abschluss

## Strukturierungshilfe

	Grundlagen aus vorangegangenen Unterrichtsthemen	aktuelles Unterrichtsthema: <b>Äquivalenzumformungen</b>
konzeptuelles Verständnis	<b>Verstehensgrundlagen</b>	<b>neue Verstehenselemente</b>
prozedurale Fertigkeiten	<b>Basiskönnen</b>	<b>neue prozedurale Fertigkeiten</b>

(adaptiert nach Prediger, 2020)

### Rückblick auf letzte Sitzung:

*didaktische Klärung,*

- *worum es bei dem neu zu erlernendem Kalkül „Gleichungslösen“ geht und*
- *wie man dieses verstehensorientiert unterrichten kann*

## Strukturierungshilfe

	Grundlagen aus vorangegangenen Unterrichtsthemen	aktuelles Unterrichtsthema: <b>Äquivalenzumformungen</b>
konzeptuelles Verständnis	<b>Verstehensgrundlagen</b>	<b>neue Verstehenselemente</b>
prozedurale Fertigkeiten	<b>Basiskönnen</b>	<b>neue prozedurale Fertigkeiten</b>

**Vorwissen**

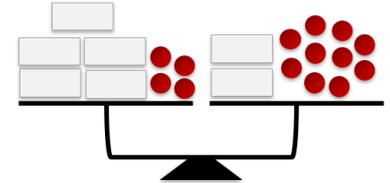
(adaptiert nach Prediger, 2020)

### Fokus heute:

*didaktische Klärung,*

- *welches Vorwissen in einer konkreten Lernumgebung notwendig ist*

## Lernumgebung Waagemodell



### Grober Unterrichtsablauf

#### (0) Vorgelagerte Einführungsphase

#### (1) Erkundungsphase

- *Aufgabe 1:* Welche Gleichungen könnt ihr mit 24 Steinen aufstellen?
- *Aufgabe 2:* Untersucht in Gruppen, wie viele Steine verpackt worden sind.

#### (2) Systematisierungsphase

- Ziel: Gleichungslösungsstrategien aufstellen

#### (3) Vertiefungsphase

## Lernumgebung Waagemodell

### Aufgabe 1: Steine verpacken - Gleichungen aufstellen

a) Nimm dir das Material.

• **Papierwaage:**

Die Waage ist im Gleichgewicht.

Halte dich an Regel 1: Auf beiden Seiten der Waage liegen immer **gleich viele** Steine.

• **24 Steine:**

Es müssen immer alle Steine benutzt werden.

• **5 blaue Boxen:**

Du entscheidest selbst, wie viele Boxen du für eine Gleichung nimmst.

Du darfst auch entscheiden, wie viele Steine du in einer Box verpackst.

Halte dich dabei an Regel 2: In Boxen mit der derselben Farbe sind immer **gleich viele** Steine.

b) Finde verschiedene Gleichungen und stelle sie unterschiedlich dar.

Lege zuerst deine Gleichung auf der Papierwaage.

### Aufgabe 2: Boxen auspacken - Gleichungen lösen

a) Wie viele Steine wurden jeweils in einer Box verpackt?

Suche dir zwei Gleichungen aus, für die du die Anzahl  $x$  herausfindest.

Gleichung als Rechnung

Gleichung als Zeichnung



In einer Box sind  Steine verpackt.

## Arbeitsauftrag 5

1. Sichten Sie kurz das Unterrichtsmaterial für die Einführungsphase.
2. Analysieren Sie bei Aufgabe 1 und Aufgabe 2 aus der Erkundungsphase:
  - Welche Handlungen werden initiiert und mit welcher Zielsetzung?
  - Welches Vorwissen benötigen die Lernenden zur Bearbeitung?

## Lernumgebung Waagemodell

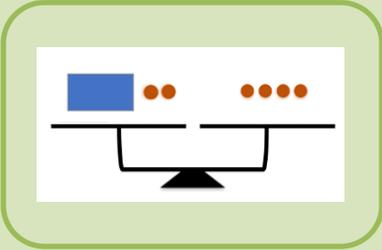
### Handlungen

- **Aufgabe 1: Einpacken**  
durch Rückwärtsstart sollen strukturelle Einsichten aufgebaut werden, bevor Gleichungen gelöst wird
- **Aufgabe 2: Auspacken**  
über den Vergleich Zielzustand und Notwendigkeit des schrittweisen Vereinfachens verdeutlichen

### Vorwissen aus vier Bereichen

- zu Gleichungen
- zu Termen
- zu Variablen
- zu Grundrechenarten

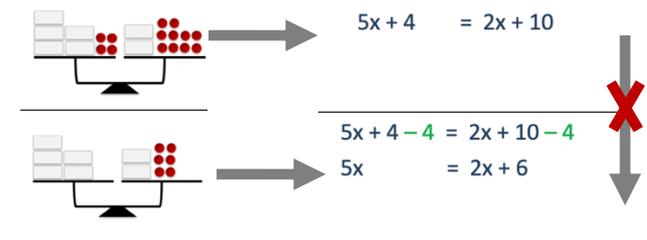
## Vorwissen zu Gleichungen

... Handlungskontext/ auf symbolischer Ebene	zugrundeliegendes mathematisches Konstrukt
<p><i>Waage im Gleichgewicht bedeutet auf beiden Seiten liegen gleich viele Steine</i></p> 	<p>Gleichheitszeichen als Vergleichszeichen</p>
<p><i>Wie viele Steine in einer Box sind, soll herausgefunden werden, indem vergleichend betrachtet wird, wie viele Boxen und Steine jeweils auf den beiden Seiten liegen.</i></p>	<p>Grundvorstellung von Gleichung als Bestimmungsgleichung und Gleichheitszeichen als Aufforderung zur Bestimmung der Unbekannten</p>
<p><i>z.B. <math>4 + ? = 12</math></i></p>	<p>arithmetische Wege zur Bestimmung einer Unbekannten</p>

## Vorwissen zu Termen

... Handlungskontext/ auf symbolischer Ebene	zugrundeliegendes mathematisches Konstrukt
<i>Unterscheidung der zwei verschiedenen Objekte Boxen und Steine</i>	Erfassung der algebraischen Struktur
$2x + 4 - 4 = 2x$ $3x - 2x = x$ $2x : 2 = x$	Termgleichwertigkeit erkennen

Das Vorwissen zu Termen (beide Aspekte) wird im Waagemodell stark entlastet.  
Sie sind also als Verstehensgrundlagen nicht zwingend erforderlich, was ein ganz zentraler Vorteil des Waagemodells ist.



## Vorwissen zu Variablen

... Handlungskontext/ auf symbolischer Ebene

Objekt der Boxen übersetzen als unbekannte Anzahl von Steinen

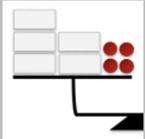


X ist die gesuchte Anzahl der Steine in einer Box

zugrundeliegendes mathematisches Konstrukt

Grundvorstellung von Variablen als unbekannte Zahl

## Vorwissen zu Grundrechenarten

... Handlungskontext/ auf symbolischer Ebene	zugrundeliegendes mathematisches Konstrukt
 <p>fünf Boxen bedeutet <math>5 \cdot x</math>; fünf Boxen und vier Muggelsteine bedeutet <math>5x+4</math></p>	<p>statisches Operationsverständnis der Multiplikation als Zählen von Bündeln und der Addition als Zusammenfügen</p>
	<p>dynamisches Operationsverständnis von Subtraktion bzw. Division ... als Wegnehmen bzw. als Verteilen (enaktiv) ... als Umkehroperation der Addition bzw. der Multiplikation (symbolisch)</p>
	<p>Basiskönnen Subtraktion (ZR bis 10) und Division (ZR bis 10)</p>



## Unser Programm für heute

1. Ankommen, Begrüßen & Ziele für heute
2. Verstehensorientiertes Lernen am Beispiel von Äquivalenzumformungen (Teil II)
- 3. Lernstufen identifizieren, diagnostizieren und fördern**
4. In einer Unterrichtssituation das Vorwissen von Lernenden diagnostizieren und fördern
5. Abschluss

## Unterscheidung von Lernstufen des Vorwissens



Anna



Yasar



Ben



Lisa

### Arbeitsauftrag 6

Finden Sie sich in Gruppen zu dritt zusammen.

Überlegen Sie möglichst konkret für die/den Ihrer Gruppe zugeteilte Schüler\*in:

- Mit welchem Verstehensbild wird gestartet?
- Wie wird Aufgabe 2 bearbeitet?
- Was sind sinnvolle nächste Lernziele?

Stellen Sie Ihre Ergebnisse den anderen vor.

(Ademmer & Ross, 2021)

## Lisas Verstehensbild/ Vorwissen

- + Unterscheidung der konkreten Objekte der Boxen und Steine
- + Operationsverständnis in Bezug auf Addition (statisch: Zusammenfügen) und Subtraktion (dynamisch: Wegnehmen), symbolisch auch als Umkehroperation
- + Erste Ansätze zur Grundvorstellung der Variable als Unbekannte angebahnt
- + Gleichheitszeichen als Aufforderung zum Ausrechnen (Operationszeichen)



steht für  $x$



steht für 2



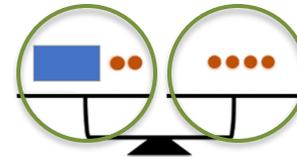
$x + 2$



$- 2$  bzw.  $-x$



$? + 2 = 4$



$? + 2 = 4$   
ergibt

## Lisas Verstehensbild/ Vorwissen

- + Unterscheidung der konkreten Objekte der Boxen und Steine
- + Operationsverständnis in Bezug auf Addition (statisch: Zusammenfügen) und Subtraktion (dynamisch: Wegnehmen), symbolisch auch als Umkehroperation
- + Erste Ansätze zur Grundvorstellung der Variable als Unbekannte angebahnt
- + Gleichheitszeichen als Aufforderung zum Ausrechnen (Operationszeichen)



an Vorwissen  
anknüpfen



**Lernziele für Lisa**

- Grundvorstellung von Variable als Unbekannte festigen



**X** ist die gesuchte Anzahl der Steine in einer Box

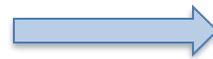
## Lisas Verstehensbild/ Vorwissen

- + Unterscheidung der konkreten Objekte der Boxen und Steine
- + Operationsverständnis in Bezug auf Addition (statisch: Zusammenfügen) und Subtraktion (dynamisch: Wegnehmen), symbolisch auch als Umkehroperation
- + Erste Ansätze zur Grundvorstellung der Variable als Unbekannte angebahnt
- + Gleichheitszeichen als Aufforderung zum Ausrechnen (Operationszeichen)

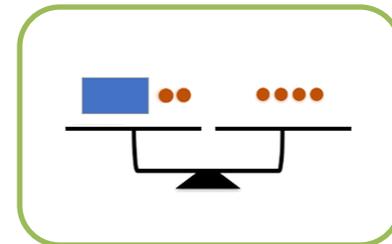


## Lernziele für Lisa

- Grundvorstellung von Variable als Unbekannte festigen
- Gleichheitszeichen als Vergleichszeichen anbahnen & festigen



zentrale  
Erweiter-  
erung

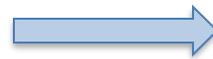


## Lisas Verstehensbild/ Vorwissen

- + Unterscheidung der konkreten Objekte der Boxen und Steine
- + Operationsverständnis in Bezug auf Addition (statisch: Zusammenfügen) und Subtraktion (dynamisch: Wegnehmen), symbolisch auch als Umkehroperation
- + Erste Ansätze zur Grundvorstellung der Variable als Unbekannte angebahnt
- + Gleichheitszeichen als Aufforderung zum Ausrechnen (Operationszeichen)



## Lernziele für Lisa



zentrale  
Erweiter-  
erung

- Grundvorstellung von Variable als Unbekannte festigen
- Gleichheitszeichen als Vergleichszeichen anbahnen & festigen
- Anbahnen der Grundvorstellung von Gleichung als Bestimmungsgleichung
- Erstes Entdecken der additiven Umformungsstrategien bei Bestimmungsgleichungen bei Handlungen am konkreten Material

## Unterscheidung von Lernstufen des Vorwissens



Anna



Yasar



Ben



anpassen

### Arbeitsauftrag 6

Finden Sie sich in Gruppen zu dritt zusammen.

Überlegen Sie möglichst konkret für die/den Ihrer Gruppe zugeweilte Schüler\*in:

- Mit welchem Verstehensbild wird gestartet?
- Wie wird Aufgabe 2 bearbeitet?
- Was sind sinnvolle nächste Lernziele?

Stellen Sie Ihre Ergebnisse den anderen vor.

<https://padlet.com/natalieross7/k...>  
algebra-inklusive-unterrachten-lme9...  
anpassen

(Ademmer & Ross, 2021)

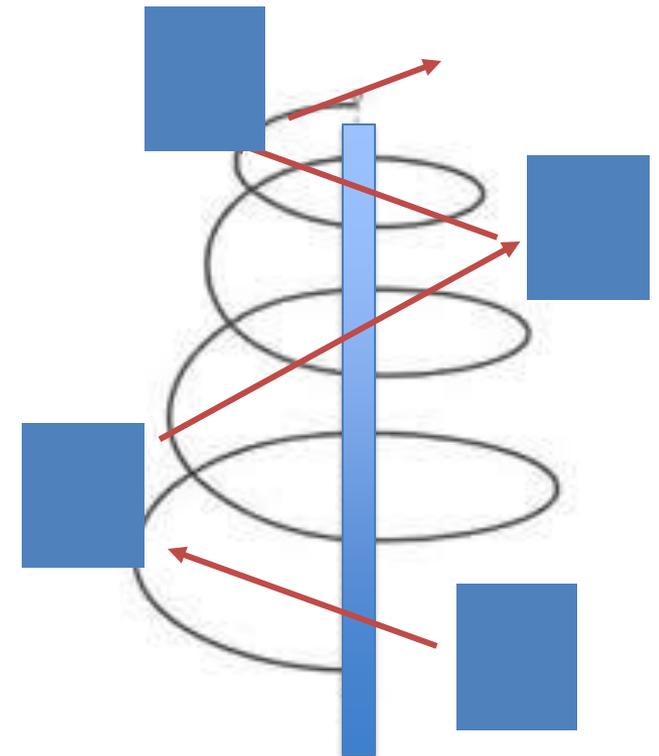
## Unterscheidung von Lernstufen des Vorwissens

**Lernpfad:** Ein Unterrichtsinhalt ist entlang eines Lernpfades organisiert.

**Lernstufen:** Der Lernpfad untergliedert sich in verschiedene Lernstufen. Jede Lernstufe markiert zentrale Verstehensbilder im Lernprozess, die erreicht werden müssen, um ein neues Konzept verstehen zu können. Damit ist eine Lernstufe einerseits Lernziel für die vorangegangene Lernstufe und andererseits notwendiges Vorwissen für die nächste Lernstufe.

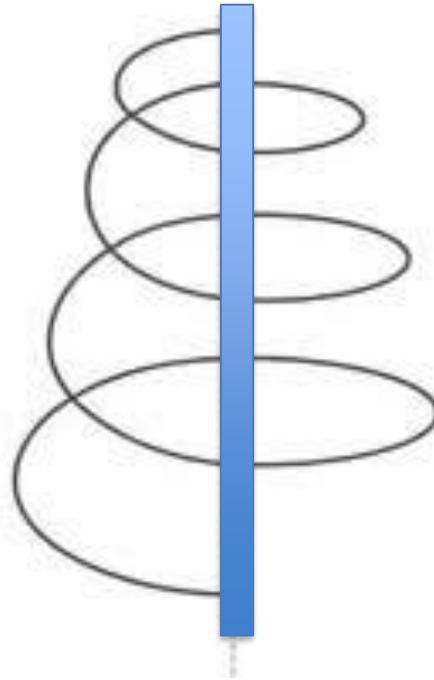
**Lernstufengerechtes Unterrichten** berücksichtigt gleichzeitig unterschiedliche Lernstufen der Lernenden und macht Lernangebote zur Erreichung der nächsten Lernstufe.

(Prediger & von Aufschnaiter, 2017; Knipping et al., 2017; Ademmer, Ross & Prediger, 2022; Vygotsky, 1978)



- *In diesem Kontext muss ich als Lehrkraft den Lernfortschritt des einzelnen Lernenden linear denken können.*

## Unterscheidung von Lernstufen des Vorwissens



### **Zusatzfrage für Arbeitsauftrag 6**

Wo würden Sie die Lernenden auf der Spirale einordnen?

## Unterscheidung von Lernstufen des Vorwissens

### **Annas zentrales Lernziel:**

Begründen, warum Äquivalenzumformungen die gesuchte Variable(n) nicht verändern



### **Yasars zentrales Lernziel:**

additive und multiplikative Umformungsstrategien (auch auf symbolischer Ebene) festigen



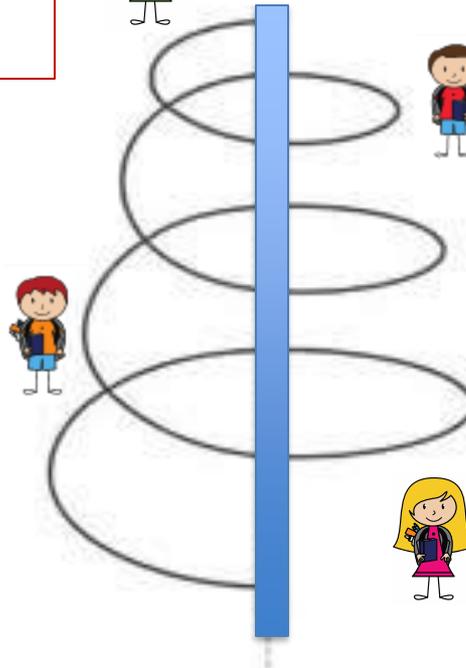
### **Bens zentrales Lernziel:**

additive Umformungsstrategien (mindestens auf enaktiver/ ikonischer Ebene) festigen



### **Lisas zentrales Lernziel:**

Gleichheitszeichen als Vergleichszeichen festigen/ Bestimmungsgleichung



## Unterscheidung von Lernstufen des Vorwissens

### ➤ Ausgangspunkt

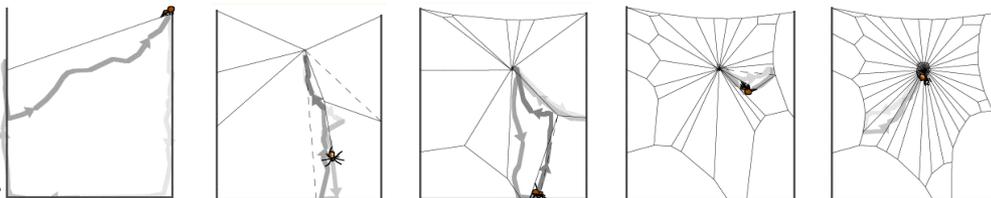
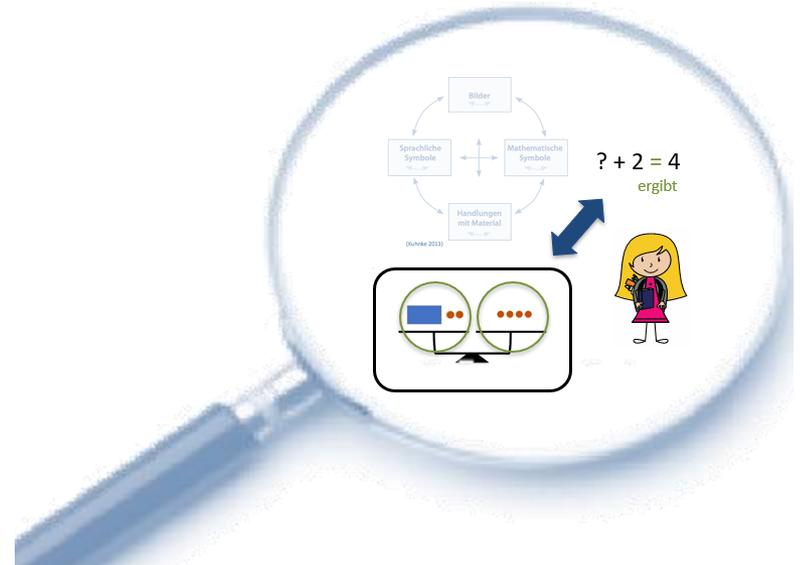
Mit welchem Verstehensbild startet der einzelne Lernende?

### ➤ Lernprozess

stufengerechter Lernfortschritt jedes einzelnen Lernenden

### ➤ Ziel

Das Verstehensbild des einzelnen Lernenden wird von Stufe zu Stufe durch ihn ausdifferenziert und vervollständigt (im Sinne einer Verdichtung)







## Unser Programm für heute

1. Ankommen, Begrüßen & Ziele für heute
2. Verstehensorientiertes Lernen am Beispiel von Äquivalenzumformungen (Teil II)
3. Lernstufen identifizieren, diagnostizieren und fördern
4. **In einer Unterrichtssituation das Vorwissen von Lernenden...**
  - 4.1 ... diagnostizieren
6. Abschluss

## Diagnose anhand von Lernstufen

### **Arbeitsauftrag 7**

In dem Unterrichtsvideo sind die vier Lernenden Rosa, Rick, Daria und Janine zu sehen. Es wird die Systematisierungsphase nach der ersten Erkundung gezeigt.

**Überlegen Sie grob, zu welcher Lernstufe Sie diese zuordnen würden.**

Rosa



Rick



Daria

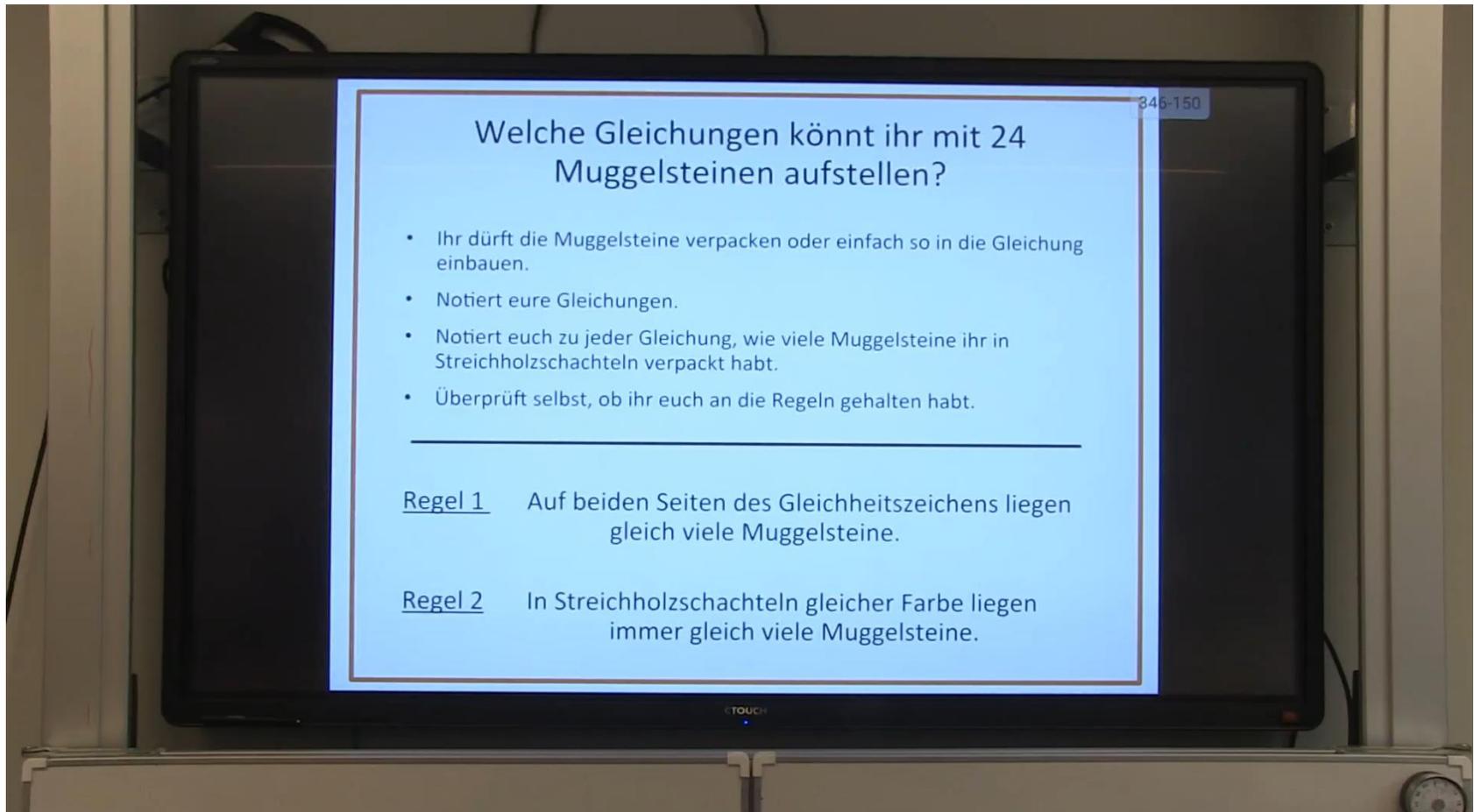


Janine





## Diagnose von Lernstufen



345-150

### Welche Gleichungen könnt ihr mit 24 Muggelsteinen aufstellen?

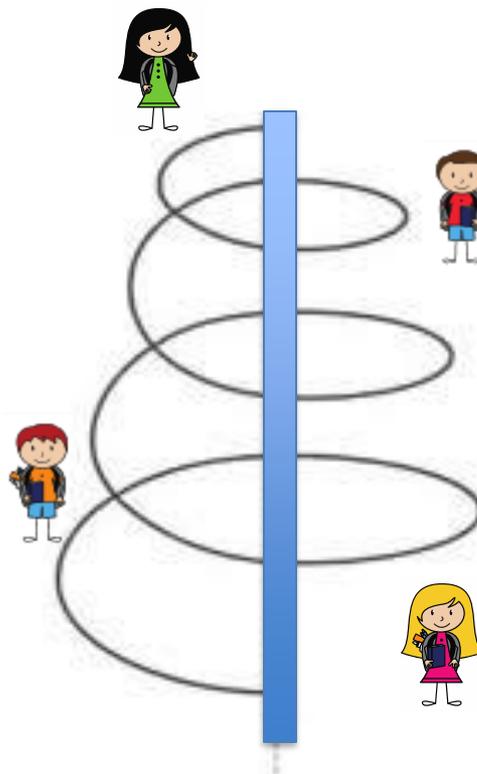
- Ihr dürft die Muggelsteine verpacken oder einfach so in die Gleichung einbauen.
- Notiert eure Gleichungen.
- Notiert euch zu jeder Gleichung, wie viele Muggelsteine ihr in Streichholzschachteln verpackt habt.
- Überprüft selbst, ob ihr euch an die Regeln gehalten habt.

---

Regel 1 Auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens liegen gleich viele Muggelsteine.

Regel 2 In Streichholzschachteln gleicher Farbe liegen immer gleich viele Muggelsteine.

## Grobe Einschätzung des Vorwissens



Rosa



Rick

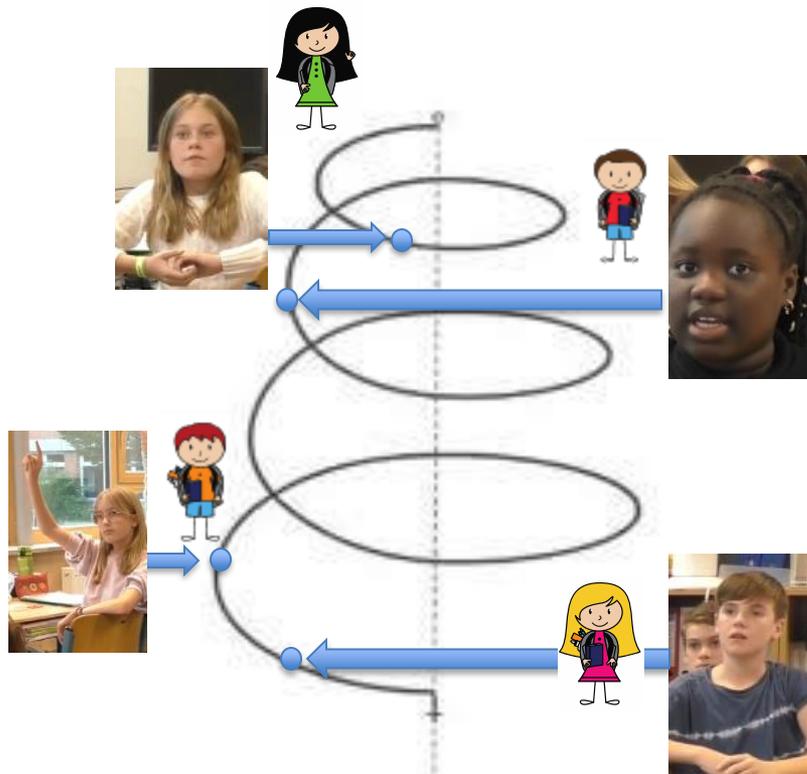


Daria



Janine

## Grobe Einschätzung des Vorwissens





## Unser Programm für heute

1. Ankommen, Begrüßen & Ziele für heute
2. Verstehensorientiertes Lernen am Beispiel von Äquivalenzumformungen (Teil II)
3. Lernstufen identifizieren, diagnostizieren und fördern
4. **In einer Gesprächssituation Lernende auf unterschiedlichen Lernstufen gleichzeitig...**  
4.2. ... fördern
6. Abschluss

## Lernstufengerecht fördern im gemeinsamem Unterrichtsgespräch

### Übergeordnete Untersuchungsfrage

Können in gemeinsamen Gesprächsphasen Lernfortschritte für jeden Einzelnen ermöglicht werden?

#### Arbeitsauftrag 8

Lesen Sie gemeinsam den ganzen Ausschnitt aus dem Drehbuch.

Überlegt arbeitsteilig für L3, L4 und L5:

- Ist es der Lehrerin gelungen die Lernstufen miteinander zu verknüpfen? Begründet dieses möglichst konkret.
- Verändert die Impulse der Lehrkraft, sodass sie für Rick und Rosa zum Weiterlernen benutzt werden können.
- Überlegt auch: Was könnte Janine von Rosa und Rick lernen?



Rosa

Rick



Daria

Janine

## Lernstufengerecht fördern im gemeinsamem Unterrichtsgespräch

L1: Rosa, fang du mal an.

Rosa: Also... Ich hab Schachtel plus Schachtel plus 3 sind gleich Schachtel plus 6.

*Rosa hat die Steine und Schachteln entsprechend vor sich liegen. Ihre Schachteln haben alle dieselbe Farbe.*



Rosa hat verstanden,

- die Bedeutung von „=“ als Vergleichszeichen (auf beiden Seiten liegen gleich viele Steine)
- dass im Aufgabenkontext 12 Steine pro Seite liegen müssen,

Rosa hat nicht verstanden,

- dass in einer Schachtel mit derselben Farbe immer die gleiche Anzahl von Muggelsteinen liegen

➤ Die Entscheidung, Rosa als erste dran zu nehmen, kann man als gelungen bezeichnen. Sie bietet eine reichhaltige Auseinandersetzungsmöglichkeit, bei der alle Lernstufen etwas lernen können.

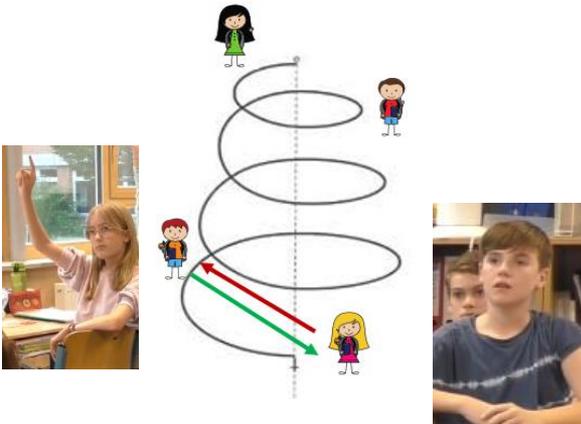
## Lernstufengerecht fördern im gemeinsamem Unterrichtsgespräch

L2: Rick, direkt dazu?

Rick: Rosas Gleichung kann gar nicht stimmen, da fehlt das Ergebnis, also die 12.

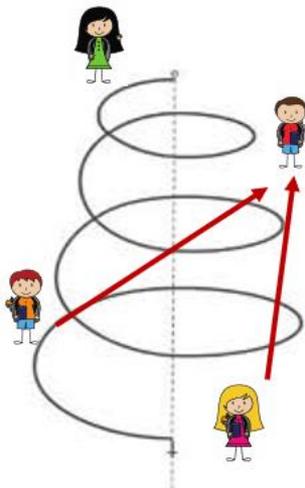
Rosa: Wie? (verwirrt)

L3: Ok, Rick, du sagst jetzt Rosas Gleichung geht nicht. Wenn ich das Gefühl habe, dass etwas nicht stimmt, dann *prüfe* [betont] ich die Lösung.  
Wer kann erklären, wie wir die Lösung hier prüfen können?  
... Daria?



## Lernstufengerecht fördern im gemeinsamem Unterrichtsgespräch

- Daria:** Also als Erstes muss man gucken... beide Seiten der Gleichung sind gleich. (Daria zeigt auf die Regel 1 vorne.) Und es müssen immer auf beiden Seiten 12 Steine liegen, damit das gleich ist.
- L4:** Genau, Daria. So können wir die erste Regel überprüfen.  
Was meint ihr denn: Sind auf beiden Seiten von Rosas Gleichung 12 Muggelsteine? ...  
Janine

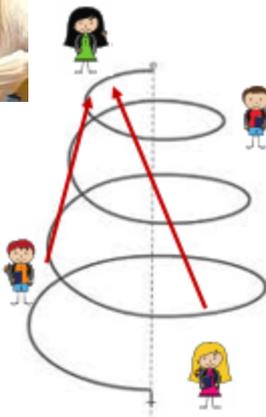


## Lernstufengerecht fördern im gemeinsamem Unterrichtsgespräch

Janine: Ich glaube nicht, dass die Gleichung erlaubt ist. Wenn man sich das einfacher macht, also die überschüssigen Steine und Schachteln weg, dann hat man ja  $x=3$ . Wenn man das wieder in die Schachteln einsetzt, liegen auf beiden Seiten nur 9 Steine.

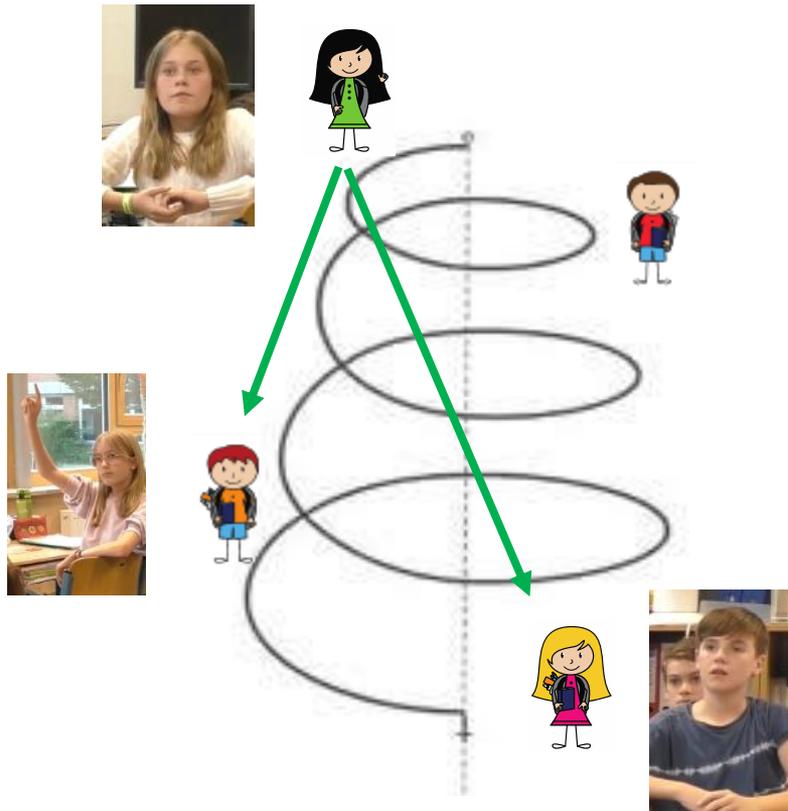
L5: Rosa, möchtest du da direkt antworten?

Rosa: Hä... ich... [denkt nach]  
Die Gleichung geht, ich habe das eben gezählt.



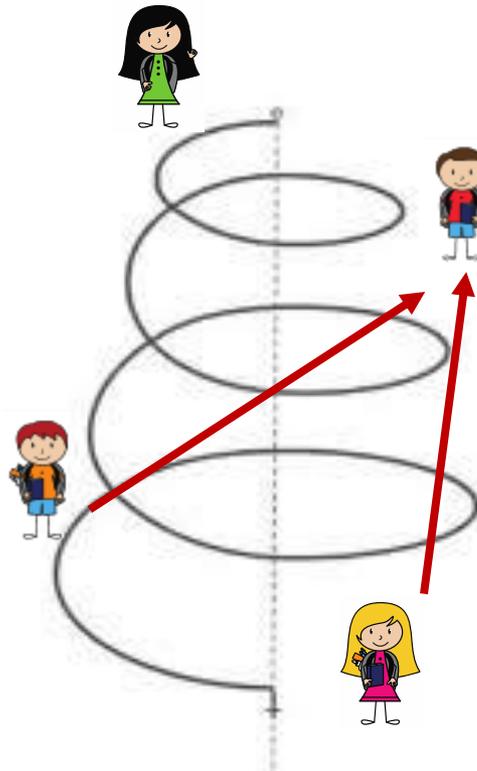
## Lernstufengerecht fördern im gemeinsamem Unterrichtsgespräch

Was kann Janine von Rick und Rosa lernen?



## Lernstufengerecht fördern im gemeinsamem Unterrichtsgespräch

Was kann Janine von Rick und Rosa lernen?



## Lernstufengerecht fördern im gemeinsamem Unterrichtsgespräch

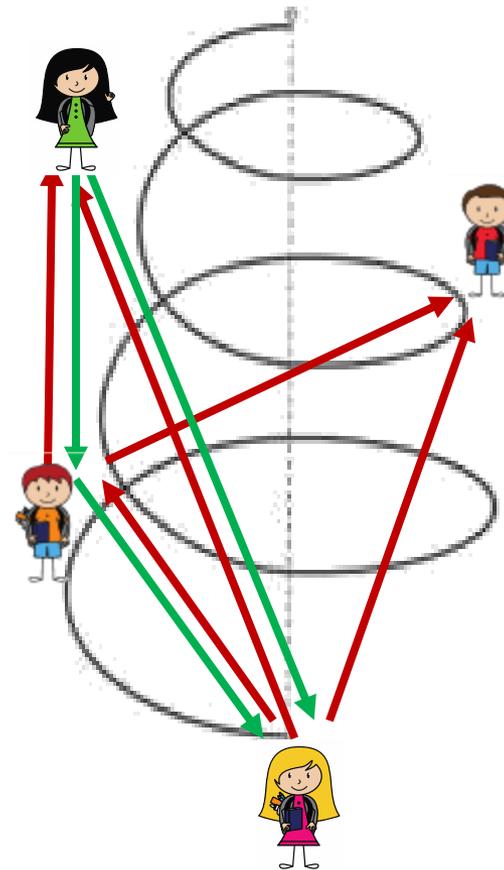
### Um Verstehen sichtbar zu machen

*nutzt der Lernende die vorhandenen  
Verstehensgrundlagen und faltet  
somit das Verstandene wieder auf!*



### Auf dem Weg zum Verstehen

*baut der Lernende die nötigen  
Verstehensgrundlagen auf und  
verdichtet seine Überlegungen!*



## Lernstufengerecht fördern im gemeinsamem Unterrichtsgespräch

### Generelle Impulse

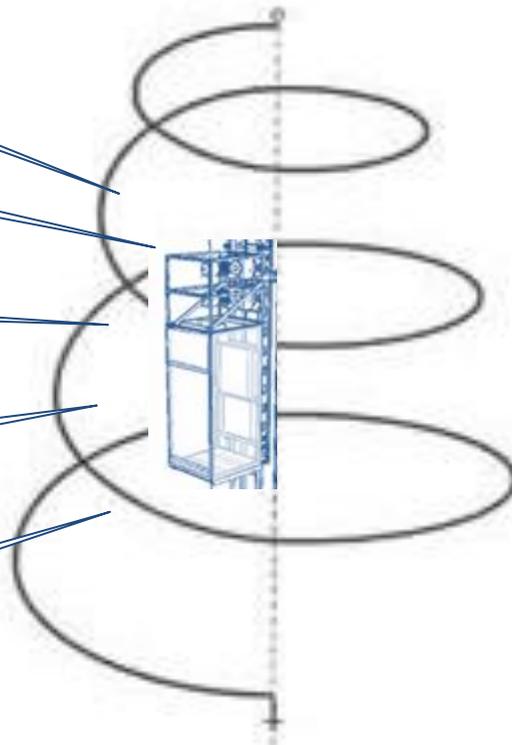
Begründe!

Vergleiche!

Erkläre!

Zeige am  
Material!

Beschreibe!



Anna



Yasar



Ben



Lisa

## Lernstufengerecht fördern im gemeinsamem Unterrichtsgespräch

### ➤ Ausgangspunkt

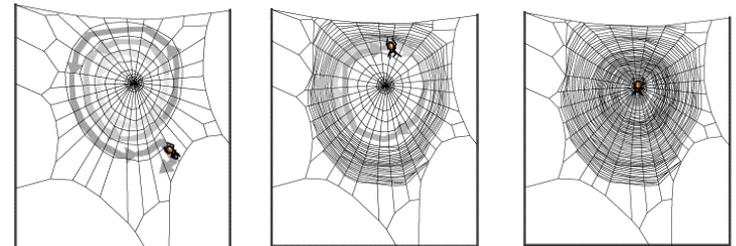
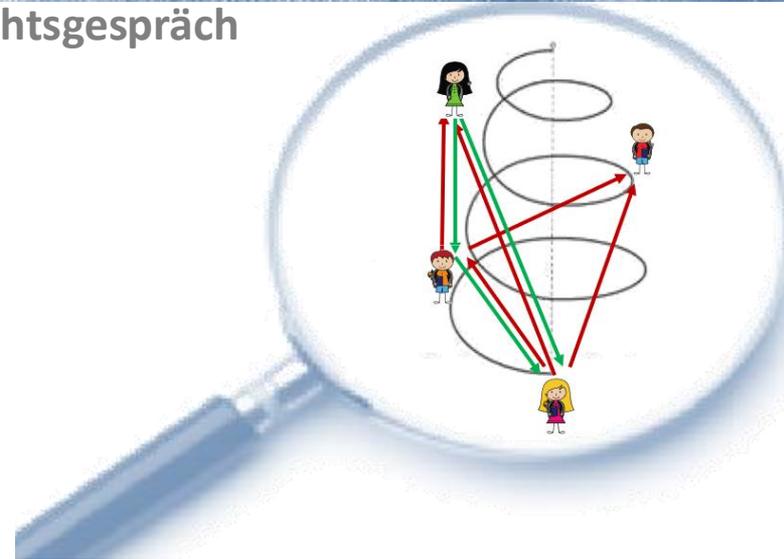
Welche Verstehensbilder können zielführend verbunden werden? Welches Verstehensbild eignet sich für die Initiierung des Austauschprozesses?

### ➤ Lernprozess

Individuelle Lernfortschritte durch Wechsel von Auffaltung und Verdichtung, durch Vorwärts- und Rückwärtsbewegungen auf der Spirale

### ➤ Ziel

Das Verstehensbild des\*er einzelnen Lernenden wird weiter verdichtet, jetzt aber auch im Sinn einer Stabilisierung und Verstärkung des Verstehensnetzes durch Querverbindungen.



**Lernfortschritte als Verbindung zwischen unterschiedlichen Verstehensbildern denken, die nicht mehr linear verbunden sind.**



## Unser Programm für heute

1. Ankommen, Begrüßen & Ziele für heute
2. Verstehensorientiertes Lernen am Beispiel von Äquivalenzumformungen (Teil II)
3. Lernstufen identifizieren, diagnostizieren und fördern
4. In einer Unterrichtssituation das Vorwissen von Lernenden diagnostizieren und fördern
5. **Abschluss**

## Abschlussreflexion

*Situation: Mathematiklehrerin Frau Pauli differenziert ihre Aufgaben auf drei Niveaus*

### Niedriges Niveau I

Forme die Terme um.

(1)  $3 \cdot (5x + 4)$

....

(30)  $(20 + 3x) \cdot 5$

### Mittleres Niveau II

Forme die Terme um und mache Proben.

(1)  $3,25 \cdot (5x + 4,35)$

...

(30)  $(20,36 + 3,2x) \cdot 5,1$

### Hohes Niveau III

Forme die Terme um und mache Proben.

(1)  $3,25 \cdot (5x + 4,35) - 5,3x$

...

(30)  $(20,36 + 3,2x) \cdot 5,1 - 3,4x$

Prediger & Aufschnaiter (2017, S.291)



## Abschlussreflexion

Diskutieren Sie aus mathematikdidaktischer Perspektive

- Was ist an den Erkundungsaufgaben zum Waagemodell anders als an dem Eingangsbeispiel „Differenzieren auf drei Niveaus“ von der letzten Sitzung?

## Fazit

### **Anders als die Einstiegsaufgabe von Frau Pauli ermöglichen die Erkundungsaufgaben zum Waagemodell allen Schüler\*innen ...**

- ... echte inhaltliche Einsichten und damit die Möglichkeit mit dem Kalkül später verstehensbasiert umzugehen;
- ... ein Lernen auf der jeweiligen Lernstufe, so dass die jeweils fehlenden Lernvoraussetzungen erarbeitet werden können

Verstehensorientierung

Durchgängigkeitsprinzip

Lernstufen

### **Die Unterscheidung von Lernstufen ermöglicht Lehrkräften auch in komplexen Unterrichtssituationen**

- eine Diagnose der Lernstände und
- eine dazu passende Förderung der einzelnen Lernenden (auch in gemeinsamen Gesprächssituationen).
- Notwendige Grundlage im Vorwege ist eine ausführliche Identifikation dieser Lernstufen.

Lernstufen

Lernvoraussetzungen  
diagnostizieren

Lernvoraussetzungen  
fördern

Lernvoraussetzungen  
identifizieren

## Ausblick auf die nächste Sitzung

XX.XX.

### 1. Sitzung

Agenda

Thema	Inhalt	Methoden	Materialien
1. Einführung	...	...	...
2. Term- und Äquivalenzumformungen	...	...	...
3. Äquivalenzumformungen	...	...	...
4. Termgleichwertigkeit	...	...	...
5. Variablen aufstellen & beschreiben	...	...	...

Term- und  
Äquivalenz-  
umformungen

XX.XX.

### 2. Sitzung



Äquivalenz-  
umformungen

XX.XX.

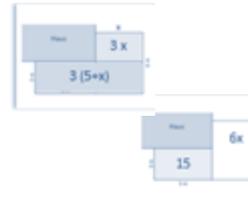
### 3. Sitzung



Äquivalenz-  
umformungen

XX.XX.

### 4. Sitzung



Termgleich-  
wertigkeit

XX.XX.

### 5. Sitzung



Variablen  
aufstellen &  
beschreiben

## Ausblick auf die nächste Sitzung

Für das Thema Äquivalenzumformungen soll überlegt werden, wie mit überfachlichen Lernvoraussetzungen umgegangen wird.

Lernvoraussetzung  
identifizieren

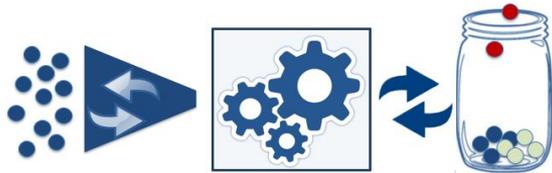


Lernvoraussetzung  
diagnostizieren



Lernvoraussetzung  
fokussiert fördern  
oder geschickt  
umgehen?

Aufmerksamkeit &  
Arbeitsgedächtnis



Motivation &  
Selbstkonzept



Aufgabe 8: Gleichungen umformen – Schritt für Schritt

1) Schreibe auf, was gesucht ist. Notiere dies bei der Frage.

2) Ordne die angegebenen Bilder zu.

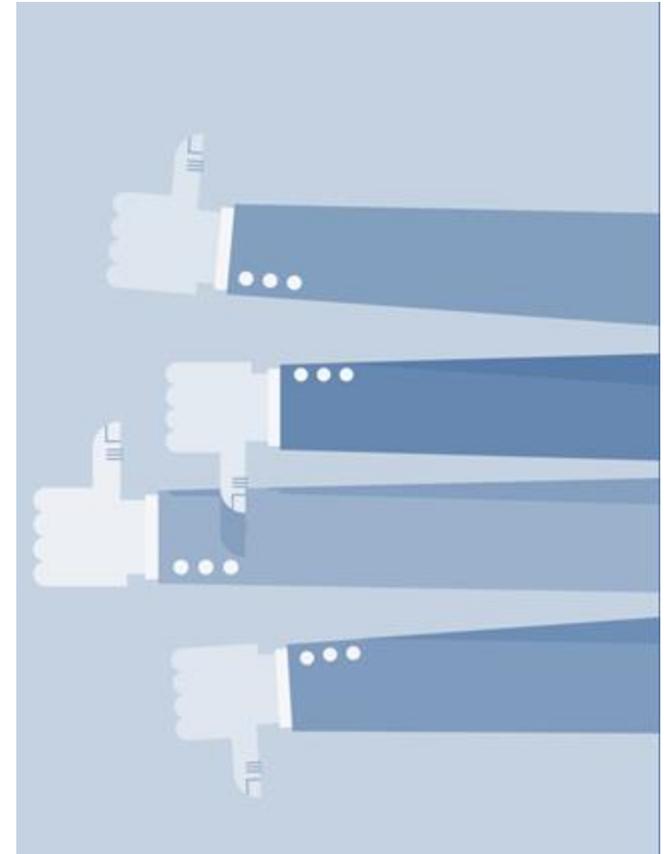
Die Waage ist im Gleichgewicht.	
Darum geht es...	
Frage	
Ziel	
Das muss ich machen...	
1.	Ich nehme auf  Teller der Waage ..... Beeren weg.
2.	Die Waage bleibt im Gleichgewicht. Ich nehme auf  Teller der Waage ..... Beeren weg.
3.	Die Waage bleibt im Gleichgewicht. Ich nehme auf  Teller der Waage ..... Beeren weg.
4.	Jetzt kann ich ablesen, was in einer Box ..... Beeren verpackt sind.
So überprüfe ich meine Lösung...	
Ich nehme, ich die Waage der Gleichgewicht ist.	
Ich nehme die Beeren und lege sie nach. Auf beiden Seiten werden gleich viele Beeren liegen.	



## Feedback als Daumenprobe

### Wie hat Ihnen die Veranstaltung heute gefallen?

[Sprechen Sie mich gerne hinterher an, und sagen Sie mir genauer, was Sie sich anders wünschen oder was genau Ihnen gefallen hat.]



*danke!*

## Literatur

- Ademmer, C., Ross, N. & Prediger, S. (im Druck). Bedeutung der Rekonstruktion von Verstehenselementen für das lernstufengerechte Unterrichten. *Beiträge zum Mathematikunterricht 2018*. Münster: WTM-Verlag
- Ademmer, C. & Ross, N. (2021). Mathe sicher können inklusiv am Beispiel der Volumenberechnung. Vortragsfolien.
- Hammerstein, S., König, C., Dreisoerner, T., & Frey, A. (2021). Effects of COVID-19-related school closures on student achievement-a systematic review. *Frontiers in Psychology – Educational Psychology*, 12, 1-14. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.746289>
- Knipping, C., Korff, N. & Prediger, S. (2017). Mathematikdidaktische Kernbestände im Umgang mit Heterogenität – Versuch einer curricularen Bestimmung. In C. Selter, S. Hußmann, C. Hößle, C. Knipping & K. Lengnink (Hrsg.), *Diagnose und Förderung heterogener Lerngruppen – Theorien, Konzepte und Beispiele aus der MINT-Lehrerbildung* (S. 39–60). Münster: Waxmann.
- Prediger, S. (2020). Content-specific theory elements for explaining and enhancing teachers' professional growth in collaborative groups. In H. Borko & D. Potari (Hrsg.), *ICMI Study 25 Conference Proceedings. Teachers of mathematics working and learning in collaborative groups* (S. 2–14). Lisbon: ICMI. (Open Access)
- Prediger, S. & von Aufschnaiter, C. (2017). Umgang mit heterogenen Lernvoraussetzungen aus fachdidaktischer Perspektive: Fachspezifische Anforderungs- und Lernstufen berücksichtigen. In T. Bohl, J. Budde & M. Rieger-Ladich (Hrsg.), *Studienbuch Umgang mit Heterogenität in Schule und Unterricht* (S. 291-307). Bad Heilbrunn: Kinkhardt.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Massachusetts: Harvard University Press.