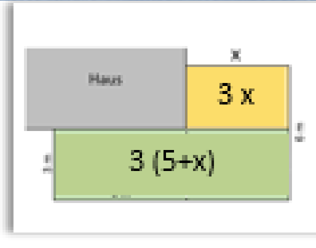
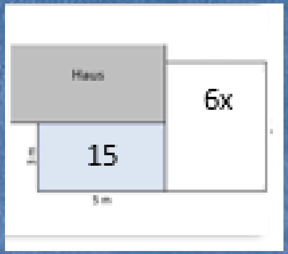
TEDS-IME

Teacher Education and Development Study
Inclusive Mathematics Education

Algebra inklusiv unterrichten

Teil 4: Bei Termumformungen verstehensorientiert unterrichten und unterschiedliche Lernstufen berücksichtigen





freepik.com

Sabine Mustermann & Martin Musterfrau Hier eigenen Namen einfügen

Aus- und Fortbildungsmaterial wurde entwickelt im Rahmen von TEDS-IME
unter aktiver Mitwirkung von Claudia Ademmer

Unser Programm für heute

1. Ankommen, Begrüßen & Ziele für heute
2. Konzepte von Termgleichwertigkeit
3. Einführung des Variablenkonzepts der Allgemeinen Zahl
4. Abschluss

Fragen zu Ihrem Unterricht

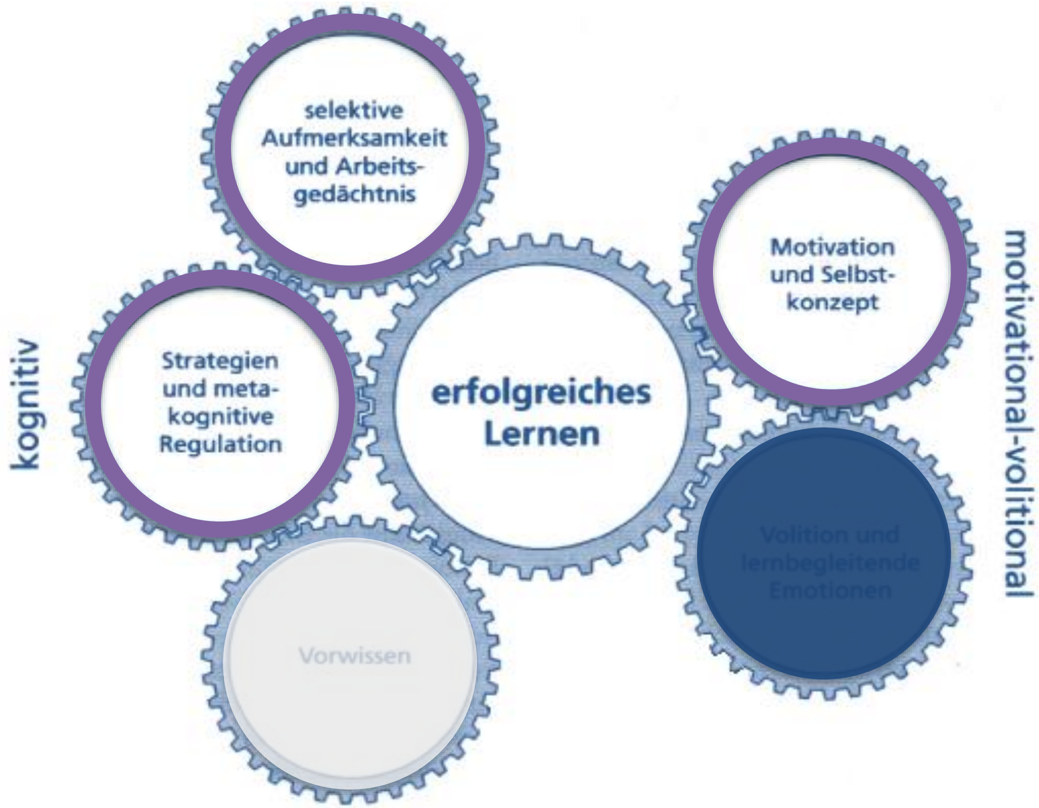
Zum Ankommen…

Denken Sie an die letzte Sitzung von Algebra inklusiv unterrichten

- Was war für Sie besonders wichtig?
- Haben Sie schon etwas im Unterricht umsetzen können? Wie ist es gelaufen?
- Ist Ihnen etwas in Ihrem Unterricht aufgefallen, was zu unserem Thema passt?

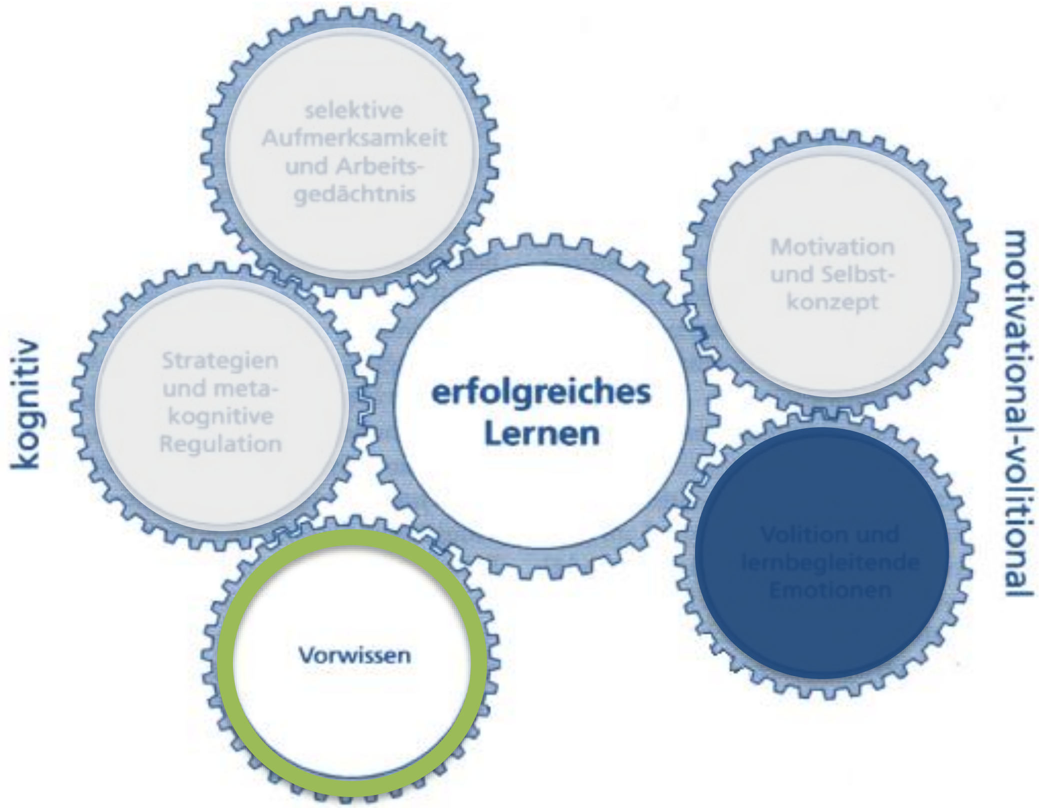
Tauschen Sie sich aus.

Rückblick



Kategorien für individuelle Lernvoraussetzungen zum erfolgreichen Lernen
(*Hasselhorn & Gold, 2022, S.68)*

Was erwartet Sie heute



Kategorien für individuelle Lernvoraussetzungen zum erfolgreichen Lernen
(*Hasselhorn & Gold (2022, S.68)*)

Worum geht es?

Algebra inklusiv unterrichten

xx.xx.

1. Sitzung

Term- und Äquivalenz-umformungen

xx.xx.

2. Sitzung

Äquivalenz-umformungen

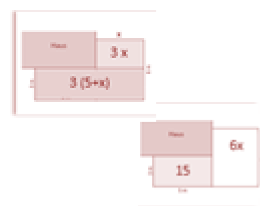
xx.xx.

3. Sitzung

Äquivalenz-umformungen

xx.xx.

4. Sitzung



Termgleich-wertigkeit

xx.xx.

5. Sitzung

Variablen auftsellen & beschreiben

Was erwartet Sie heute

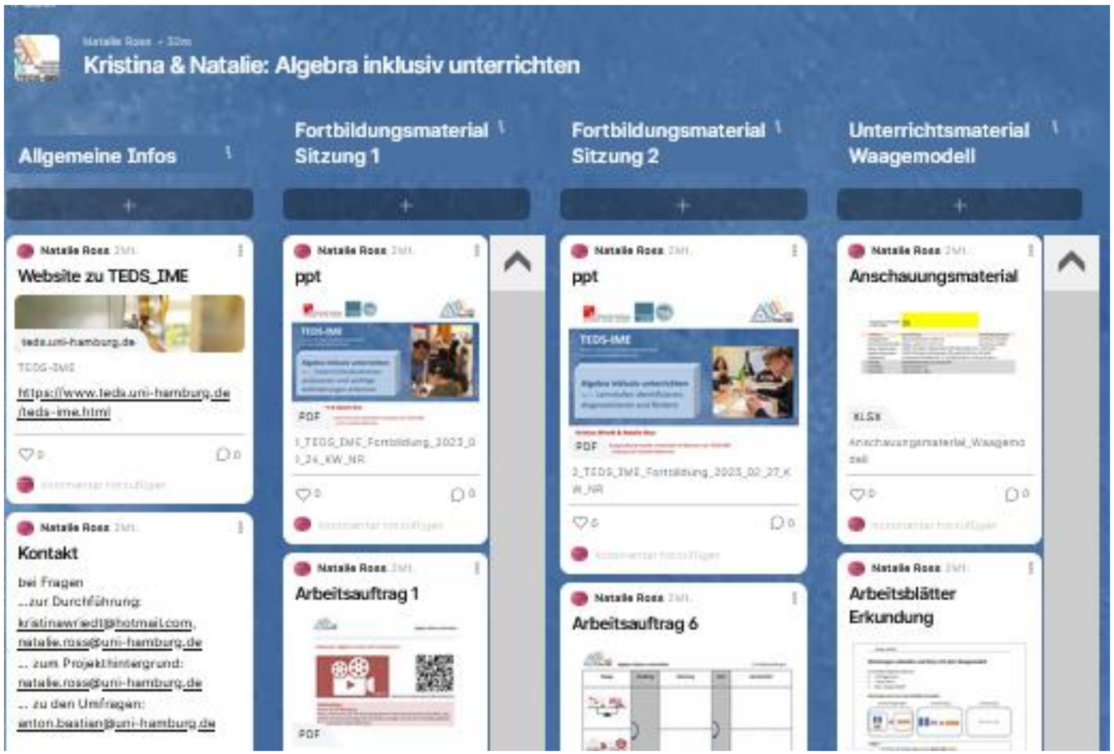
Zum Inhaltsbereich „Termgleichwertigkeit“ …

- wird eine zentrale Fehlvorstellung diagnostiziert und hierzu eine genauere Ursachenforschung vorgenommen,
- soll Unterrichtsmaterial zur verstehensorientierten Förderung
  - ➢ kennengelernt und
  - ➢ in Bezug auf verschiedene Grundvorstellungen eingeordnet werden,
- werden signifikante Lernstufen für das verstehensbasierte Kalkül unterschieden und hierfür zentrale Aktivierungsaufgaben untersucht.

➢ Mithilfe der Aufgabe Punktmuster wird am Schluss analysiert, wie vor der Behandlung der Termgleichwertigkeit im Unterricht Variablenkonzept der allgemeinen Zahl eingeführt werden kann.

muss angepasst werden

Alle Materialien zur Fortbildung im Padlet



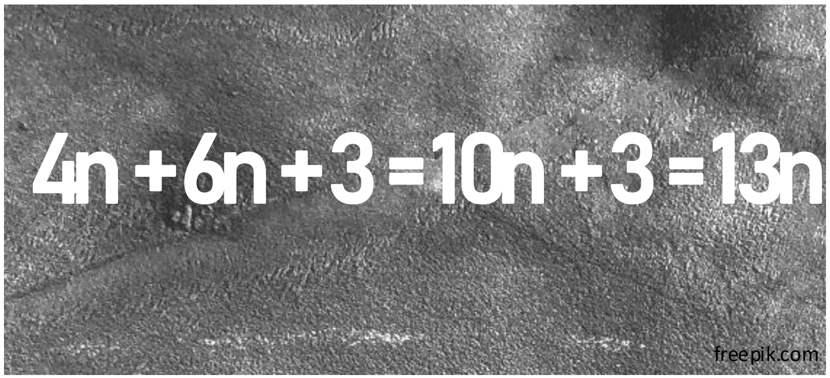
https://padlet.com/natalieross7/kristina-natalie-algebra-inklusiv-unterrichten-lme9t0rsgwlgt4ks

Unser Programm für heute

1. **Begrüßen & Ziele für heute**
2. **Konzepte von Termgleichwertigkeit**

   2.1 Diagnose einer zentralen Fehlvorstellung
3. **Einführung des Variablenkonzepts der Allgemeinen Zahl**
4. **Abschluss**

Leas Fehler



(Prediger, 2009)

Wer kennt diesen Fehler aus dem Unterricht?

Arbeitsauftrag 15

1. Überlegen Sie für sich:

- Was macht Lea richtig? Was macht sie falsch?
- Welche Fehlvorstellungen vermuten Sie hinter Leas Fehler?
- Wie würden Sie vorgehen, um mit Lea an ihren Problemen zu arbeiten?

Fehlvorstellung hinter Leas Fehler

$$4n + 6n + 3 = 10n + 3 = 13n$$

freepik.com

(Prediger, 2009)

Vermutungen über zugrundeliegende Fehlvorstellungen:

- die in Teilen richtige Kalkül-Beherrschung ist unverstanden
- keine klare Unterscheidung zwischen Zahlen und Variablen
- Lea überträgt Rechenregeln, die bei Zahlentermen funktioniert haben, auf algebraische Terme

➢ Übergeneralisierung von arithmetischen Termen

➢ **Variablen nicht richtig verstanden**

Umgang mit Leas Fehler

Ansatz vieler Lehrkräfte

10  + 3  = 13…?

Vorsicht: Typische Fehlvorstellung der Obstsalat-Algebra, Gefahr der fehlerhaften Übertragung

***Zusatz-Aufgabe:** Stellen Sie als Gleichung dar: Auf einen Apfel kommen 3 Birnen.

1  = 3 

1 A = 3 B

(adaptiert nach Prediger, 2022, Bilder: depositphotos)

Umgang mit Leas Fehler

Ansatz vieler Lehrkräfte

10  + 3  = 13…?

→ **falsche Metaphern** verstärken eher die Fehlvorstellung, anstatt zu helfen.

Vorsicht: Typische Fehlvorstellung der Obstsalat-Algebra, Gefahr der fehlerhaften Übertragung

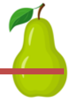
→ **Missachtung der Objekt-Zahl-Konvention**

(Malle, 1993)

A = Äpfel

B = Birnen

***Zusatz-Aufgabe:** Stellen Sie als Gleichung dar: Auf einen Apfel kommen 3 Birnen.

~~1~~  ~~= 3~~ 

~~1 A = 3 B~~

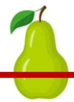
→ **Fehler**, den sehr viele Lernende und auch noch (angehende) Lehrkräfte machen

(u.a. Malle, 1993; Prediger, 2022)

(adaptiert nach Prediger, 2022, Bilder: depositphotos)

Umgang mit Leas Fehler

Ansatz vieler Lehrkräfte

~~10  + 3  = 13…?~~ → **falsche Metaphern** vermeiden

Vorsicht: Typische Fehlvorstellung der Obstsalat-Algebra, Gefahr der fehlerhaften Übertragung → *Beachtung der Objekt-Zahl-Konvention:*

A = Anzahl der Äpfel (Malle, 1993)

B = Anzahl der Birnen

***Zusatz-Aufgabe:** Stellen Sie als Gleichung dar: Auf einen Apfel kommen 3 Birnen.

~~1  = 3 ~~

~~1 A = 3 B~~

3 A = 1 B

-> Hilfsfrage: Wovon gibt es mehr?

→ Die Anzahl der Äpfel muss man verdreifachen, um auf die Anzahl der Birnen zu kommen.

(adaptiert nach Prediger, 2022, Bilder: depositphotos)

Genauere Diagnose von Leas Fehler notwendig

Lehrerin:	Guck noch mal auf deine Rechnung, $10n + 3 = 13n$, stimmt das wirklich?
Lea:	Ja, wieso?
Lehrerin:	Setz doch für n mal eine Zahl ein und prüfe das.
Lea:	Wie meinen Sie das?
Lehrerin :	Na ja, nimm doch statt n mal die 4 und schreibe das auf.
Lea:	*[Schreibt 10 4 + 3, stockt]* Nee, wär' ja dann mal, *[schreibt 10 4 + 3 = 43]*
Lehrerin:	Und die 13n?
Lea:	Die wären dann, mhh, 52.
Lehrerin:	Und, fällt dir was auf?
Lea:	Nö, was? *[guckt auf die Zahlen, zögert]* Ist das wohl falsch?
Lehrerin:	Da kommt gar nicht das Gleiche raus?
Lea:	Nö. Aber ….. das ist ja auch mit 4, nicht mit n.

(Prediger 2009)

Arbeitsauftrag 15

2. Überlegen Sie für sich:
- Welche weiteren Fehlvorstellungen werden bei Lea sichtbar?

(adaptiert nach Prediger, 2022)

Genauere Diagnose von Leas Fehler notwendig

Lehrerin:	Guck noch mal auf deine Rechnung, 10n + 3 = 13n, stimmt das wirklich?
Lea:	Ja, wieso?
Lehrerin:	Setz doch für n mal eine Zahl ein und prüfe das.
Lea:	Wie meinen Sie das?
Lehrerin :	Na ja, nimm doch statt n mal die 4 und schreibe das auf.
Lea:	*[Schreibt 10 4 + 3, stockt]* Nee, wär' ja dann mal, *[schreibt 10 4 + 3 = 43]*
Lehrerin:	Und die 13n?
Lea:	Die wären dann, mhh, 52.
Lehrerin:	Und, fällt dir was auf?
Lea:	Nö, was? *[guckt auf die Zahlen, zögert]* Ist das wohl falsch?
Lehrerin:	Da kommt gar nicht das Gleiche raus?
Lea:	Nö. Aber ..... das ist ja auch mit 4, nicht mit n.

(Prediger 2009)

- ✓ *Unverstandenes Kalkül*
- ✓ *Übergeneralisierung von arithmetischen Termen*
- ✓ **Variablen nicht richtig verstanden**

- Notationsschwierigkeiten (Konkatenation)
- Möglichkeit des Einsetzens von Werten als Kontrollstrategie bei Termumformungen wird nicht erkannt und als nicht legitim erachtet

➢ Grundvorstellung von Variablen als Einsetzstelle nicht vorhanden

- Mögliche Ursache könnte Fehlvorstellung sein: Bei Gleichungen mit der Variablen als Unbekannte führt nur (ein) bestimmter Wert zu einer wahren Aussage

➢ Übergeneralisierung GV Unbekannte

(adaptiert nach Prediger, 2022)

Genauere Diagnose von Leas Fehler notwendig

Welche Grundvorstellung von Variablen benötigt Lea, um das Kalkül richtig anzuwenden?

$$4n + 6n + 3 = 10n + 3 = 13n$$

	Kalkülaspekt	Einsetzungsaspekt	Gegenstandsaspekt Unbekannte	 ?
Variable	nicht gedeutetes Symbol	Einsetzstelle/ Platzhalter für Zahlen	steht für unbekannte Zahl, die gesucht wird	?

Der Kalkülaspekt allein reicht (bei Lea) nicht aus.

Kurzes Brainstorming: Vergegenwärtigen Sie sich die verschiedenen Grundvorstellungen von Variablen:

Warum reicht ein Verständnis von Variablen als Einsetzstelle nicht aus?

Warum macht hier ein Verständnis von Variablen als unbekannte Zahl keinen Sinn?

Welches Verständnis von Variablen fehlt in dieser Auflistung? Wie würden Sie dieses bezeichnen?

Genauere Diagnose von Leas Fehler notwendig

Welches Verständnis von Variablen ist hier notwendig?

	Kalkülaspekt	Einsetzungsaspekt	Gegenstandsaspekt	
			Unbekannte Zahl	Allgemeine Zahl
Variable	nicht gedeutetes Symbol	Einsetzstelle/ Platzhalter für Zahlen	steht für unbekannte Zahl, die gesucht wird	steht für alle Zahlen, für die man verallgemeinert

Unser Programm für heute

1. Begrüßen & Ziele für heute
2. **Konzepte von Termgleichwertigkeit**
   2.2 Verschiedene Konzepte von Termgleichwertigkeit identifizieren & fördern
3. Einführung des Variablenkonzepts der Allgemeinen Zahl
4. Abschluss

Strukturierungshilfe

	Grundlagen aus vorangegangenen Unterrichtsthemen	aktuelles Unterrichtsthema Termgleichwertigkeit
konzeptuelles Verständnis	**Verstehensgrundlagen**	**neue Verstehenselemente**
prozedurale Fertigkeiten	**Basiskönnen**	**neue prozedurale Fertigkeiten**

(adaptiert nach Prediger, 2020)

didaktische Klärung,

- *worum es bei dem Konzept Termgleichwertigkeit geht und*
- *wie man dieses verstehensorientiert unterrichten kann*

Rückblick: Bedeutungen des Gleichheitszeichens bei Äquivalenzumformungen

1. **Operationszeichen** (Aufforderung zum Rechnen)

$2 \cdot 3 + 5 =$

2. **Definitions-/ Setzungszeichen**

Sei $f(x) = 2x + 5$

3. Vergleichszeichen

- Beziehung gleichwertiger Terme

$2(x + 2{,}5) = 2x + 5$

- Formeln in einem Sachzusammenhang

Umfang für Rechteck
mit $a = x$ und $b = 2{,}5$
$U = 2x + 5$

- Gleichheit als Bedingung

Gesucht ist x mit
$2x + 5 = 11$

(adaptiert nach Barzel et al., 2022)

Bedeutungen des Gleichheitszeichens bei Termgleichwertigkeit

1. **Operationszeichen** (Aufforderung zum Rechnen)

   $2 \cdot 3 + 5 =$

2. **Definitions-/ Setzungszeichen**

   Sei $f(x) = 2x + 5$

3. **Vergleichszeichen**
   - Beziehung gleichwertiger Terme

     $2(x + 2{,}5) = 2x + 5$

   - Formeln in einem Sachzusammenhang

     Umfang für Rechteck mit $a = x$ und $b = 2{,}5$

     $U = 2x + 5$

   - Gleichheit als Bedingung

     Gesucht ist x mit

     $2x + 5 = 11$

(adaptiert nach Barzel et al., 2022)

Inhaltliches Verständnis von Termgleichwertigkeit

Aufgabe Terrassenfläche

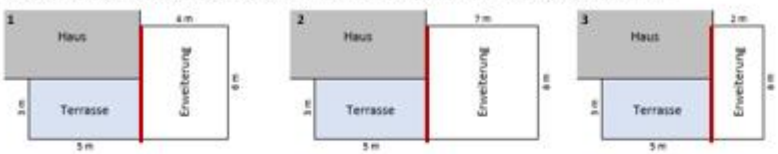
Familie Yildiz will eine Terrasse bauen. Der Teil direkt vor dem Haus soll $3m$ mal $5m$ sein.

Familie Yildiz diskutiert noch, wie die Erweiterung rechts neben dem Haus aussehen soll. Die Breite von $6m$ steht fest.

a) Lies den Text.

- Was ist gegeben? Beschrifte das Foto.
- Was ist gesucht?

b) Familie Yildiz hat schon drei Skizzen mit verschiedenen Erweiterungen gezeichnet.



Arbeitsauftrag 16

- Bearbeiten Sie das Unterrichtsmaterial zu Terrassenflächen (arbeitsteilig) aus dem Basis-, Regel- *oder* Forderheft.
- Arbeiten Sie heraus, auf welchen unterschiedlichen Wegen Lernende in diesem Kontext, die Termgleichwertigkeit begründen können.

(Unterrichtsmaterial adaptiert aus Mathewerkstatt 8)

Unterschiedliche Konzepte von Termgleichwertigkeit

$$3 \cdot (5 + x) + 3x \quad = \quad 6x + 15$$

$$\begin{aligned} & 3 \cdot (5 + x) + 3x \\ &= 15 + 3x + 3x \\ &= 15 + 6x \\ &= 6x + 15 \end{aligned}$$

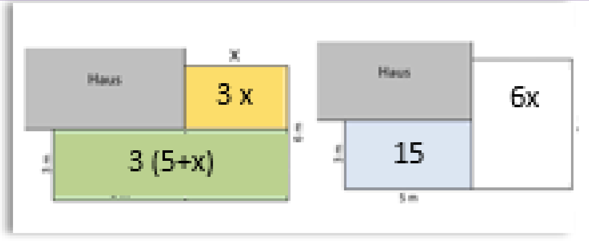
Kann man durch **Umformungen** von einem Term zum anderen kommen?

Umformungsgleichheit

	$3 \cdot (5 + x) + 3x$	$6x + 15$
$x = 4$	39	39
$x = 7$	57	57

Kommt beim **Einsetzen** aller Zahlen derselbe Wert heraus?

Einsetzungsgleichheit



Beschreiben die Terme dasselbe Bild bzw. dieselbe Situation?

Beschreibungsgleichheit

Kalkülhaftes Denken → Inhaltliches Denken

(adaptiert nach Holzäpfel, 2021a)

Zusammenhang Variable und Termgleichwertigkeit

	Kalkülaspekt	Einsetzungsaspekt	Gegenstandsaspekt	
				Allgemeine Zahl
Variable	nicht gedeutetes Symbol	Einsetzstelle/ Platzhalter für Zahlen		steht für alle Zahlen, für die man verallgemeinert
↕	↕	↕		↕
Termgleich-wertigkeit	Umformungsgleichheit: die beiden Terme sind ineinander überführbar	Einsetzungsgleichheit: zwei Terme ergeben für alle Einsetzungen denselben Wert		Beschreibungsgleichheit: zwei Terme beschreiben dieselbe Situation, dasselbe Bild, denselben funktionalen Zusammenhang

Inclusive Mathematics Education TEDS-IME

Zusammenhang Variable und Termgleichwertigkeit

	Kalkülaspekt	Einsetzungsaspekt	Gegenstandsaspekt Unbekannte Zahl	Gegenstandsaspekt Allgemeine Zahl
Variable	nicht gedeutetes Symbol	Einsetzstelle/ Platzhalter für Zahlen	steht für unbekannte Zahl, die gesucht wird	steht für alle Zahlen, für die man verallgemeinert
↕	↕	↕	↕	↕
Termgleich-wertigkeit	Umformungsgleichheit: die beiden Terme sind ineinander überführbar	Einsetzungsgleichheit: zwei Terme ergeben für alle Einsetzungen denselben Wert	?	Beschreibungsgleichheit: zwei Terme beschreiben dieselbe Situation, dasselbe Bild, denselben funktionalen Zusammenhang

Bedeutung von Variablenkonzepten für algebraische Konzepte

Die aufeinander aufbauenden Inhalte

Terme, Termgleichwertigkeit *und* **Gleichungen, Gleichungsäquivalenz**

lassen sich systematisch über die vier Grundvorstellungen zu **Variablen** verstehen und aufbauen.

	Kalkülaspekt	**Einsetzungsaspekt**	**Gegenstandsaspekt** Unbekannte Zahl	**Gegenstandsaspekt** Allgemeine Zahl
Variable	nicht gedeutetes Symbol	Einsetzstelle/ Platzhalter für Zahlen	steht für unbekannte Zahl, die gesucht wird	steht für alle Zahlen, für die man verallgemeinert
Term	nicht gedeutete Symbolkette	Rechenvorschrift, in die Zahlen eingesetzt werden können	Beschreibung für eine weitere unbekannte Zahl	Beschreibung eines allgemeinen Zusammenhangs
Termgleich-wertigkeit	Umformungsgleichheit: die beiden Terme sind ineinander überführbar	Einsetzungsgleichheit: zwei Terme ergeben für alle Einsetzungen denselben Wert	–	Beschreibungsgleichheit: zwei Terme beschreiben dieselbe Situation, dasselbe Bild
Gleichung	nicht gedeutete Symbolkette	Aussageform, in der durch Einsetzen potenzielle Lösungen geprüft werden können	Bestimmungsgleichung als Bedingung, aus der unbekannte Zahl herauszufinden ist	allgemein-gültige Bedingung für alle Zahlen
Gleichungs-äquivalenz	zwei Gleichungen sind durch Äquivalenzumformungen ineinander überführbar	zwei Gleichungen haben dieselbe Lösungsmenge	zwei Gleichungen beschreiben dieselben unbekannten Zahlen	

Unser Programm für heute

1. Begrüßen & Ziele für heute
2. **Konzepte von Termgleichwertigkeit**

   2.3 Verschiedene Lernstufen zum Konzept der Termgleichwertigkeit identifizieren und fördern
3. Einführung des Variablenkonzepts der Allgemeinen Zahl
4. Abschluss

Strukturierungshilfe

	Grundlagen aus vorangegangenen Unterrichtsthemen	aktuelles Unterrichtsthema Termgleichwertigkeit
konzeptuelles Verständnis	**Verstehensgrundlagen**	**neue Verstehenselemente**
prozedurale Fertigkeiten	**Basiskönnen**	**neue prozedurale Fertigkeiten**

(adaptiert nach Prediger, 2020)

Kurze didaktische Klärung,

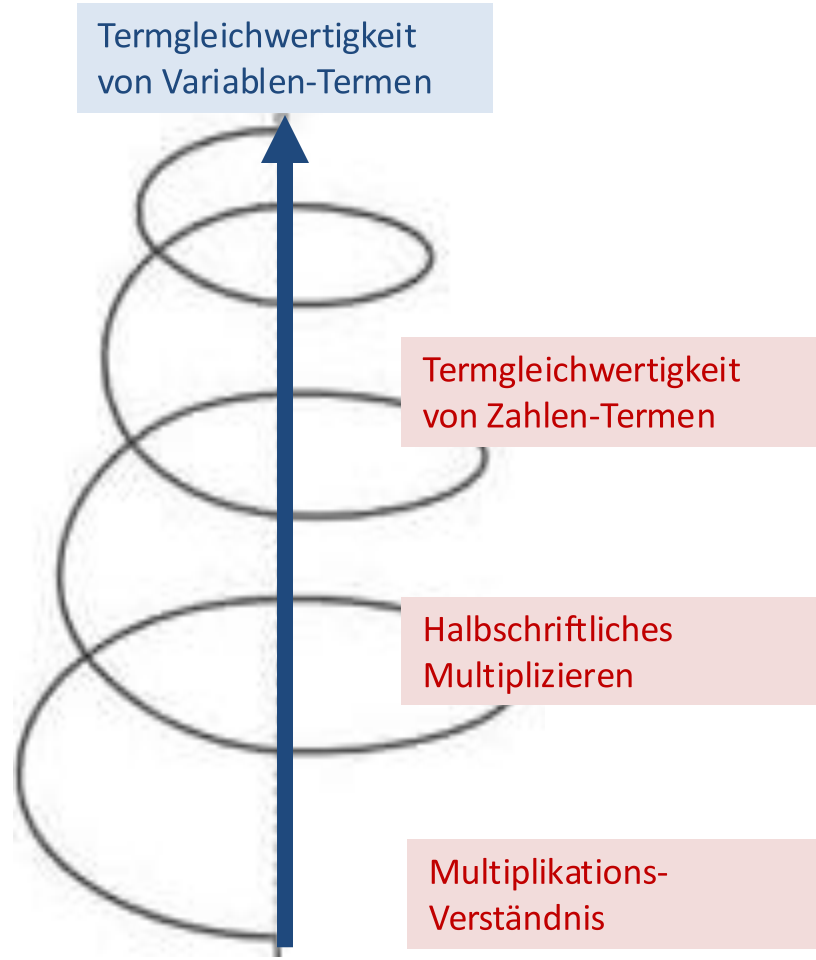
- *welche Verstehensgrundlagen grundlegend sind und*
- *wie man diese im Unterrichtseinstieg aktivieren kann*

Verstehensgrundlagen der Termgleichwertigkeit

Arbeitsauftrag 17

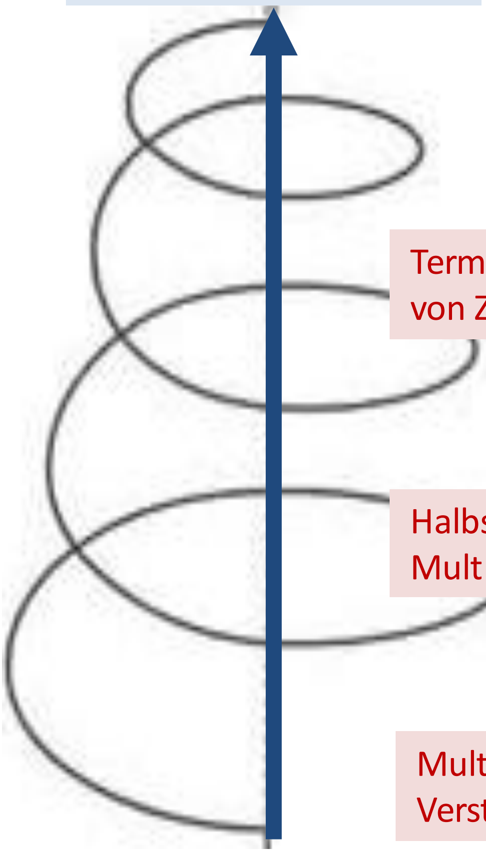
1. Überlegen Sie zu vorgegebenen Verstehensgrundlagen von Termgleichwertigkeit, mit welcher Aufgabe diese aktiviert werden können.

2. Um die Gleichwertigkeit von (10 + 3) n = 13n zu verstehen: Überlegen Sie, was ein Lernender auf der jeweiligen Lernstufe verstanden haben muss und stellen Sie dies möglichst konkret ikonisch, symbolisch und verbal dar.

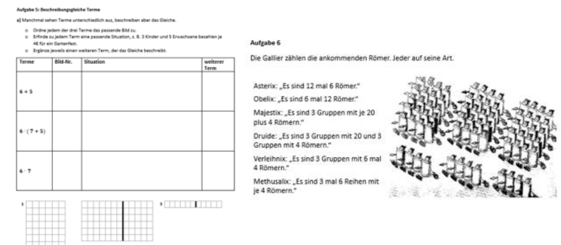


Verstehensgrundlagen der Termgleichwertigkeit aktivieren

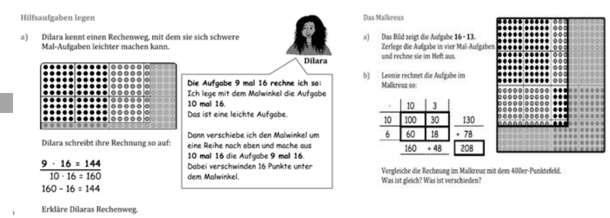
Termgleichwertigkeit
von Variablen-Termen



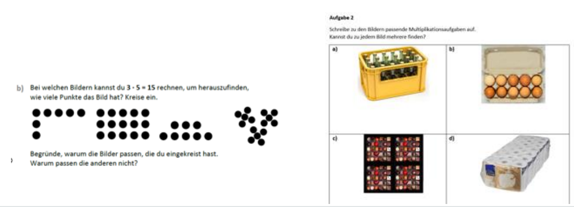
Termgleichwertigkeit
von Zahlen-Termen



Halbschriftliches
Multiplizieren

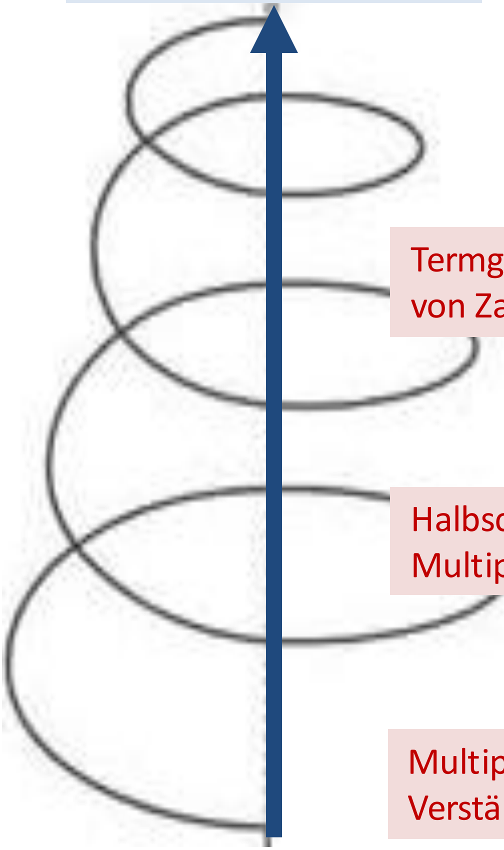


Multiplikations-
Verständnis



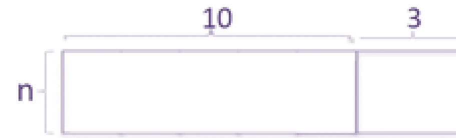
(adaptiert nach Prediger, 2022)

Verstehensgrundlagen der Termgleichwertigkeit aktivieren



Termgleichwertigkeit von Variablen-Termen

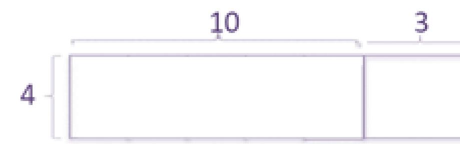
… (siehe unten)
Das gilt nicht nur für 4, sondern für alle möglichen Seitenlängen/ Zahlen.



$$(10+3)n = 10n + 3n$$

Termgleichwertigkeit von Zahlen-Termen

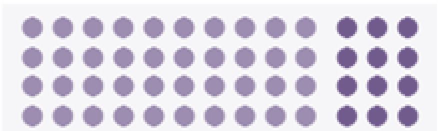
Der Flächeninhalt ist des gesamten Rechtecks bzw. der beiden Teilrechtecke ist gleich groß:
10+3= 13 Vierer ist genauso viel wie 10 Vierer und 3 Vierer



$$(10+3)\cdot 4 = 10\cdot 4 + 3\cdot 4$$

Halbschriftliches Multiplizieren

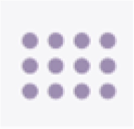
13 Vierer kann man in 10 Vierer und 3 Vierer zerlegen



$$13\cdot 4 = 10\cdot 4 + 3\cdot 4$$

Multiplikations-Verständnis

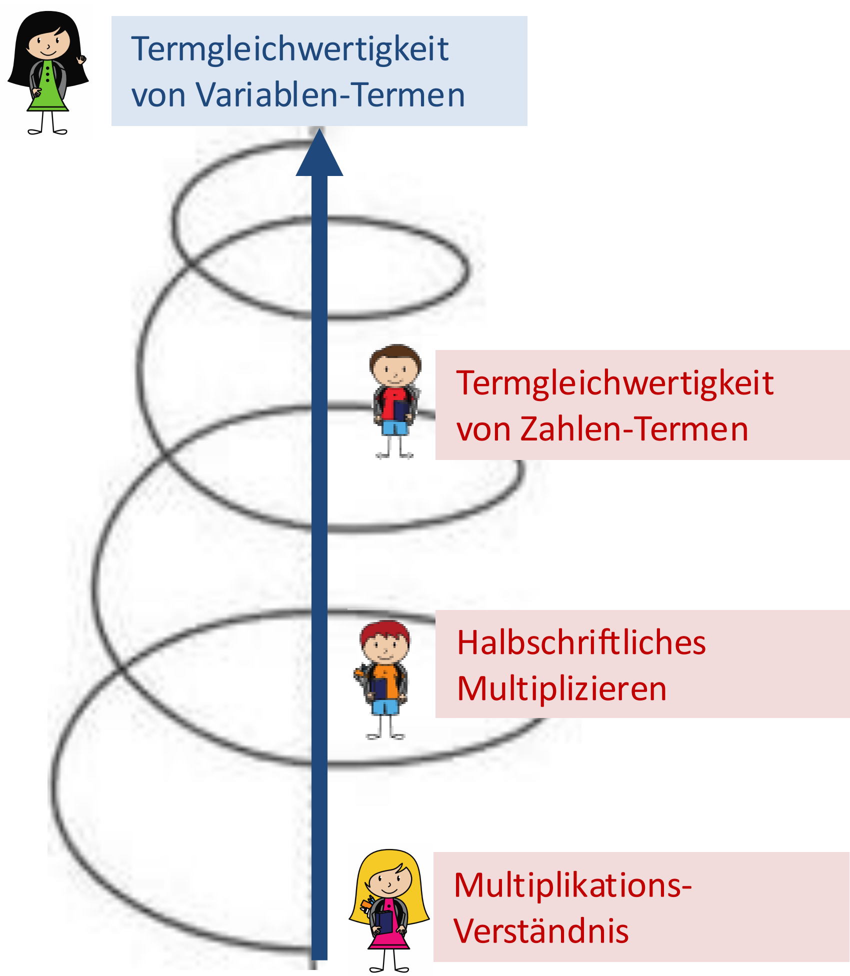
3 Vierer ergeben 12



$$3\cdot 4 = 12$$

(adaptiert nach Prediger, 2022)

Verstehensgrundlagen der Termgleichwertigkeit aktivieren



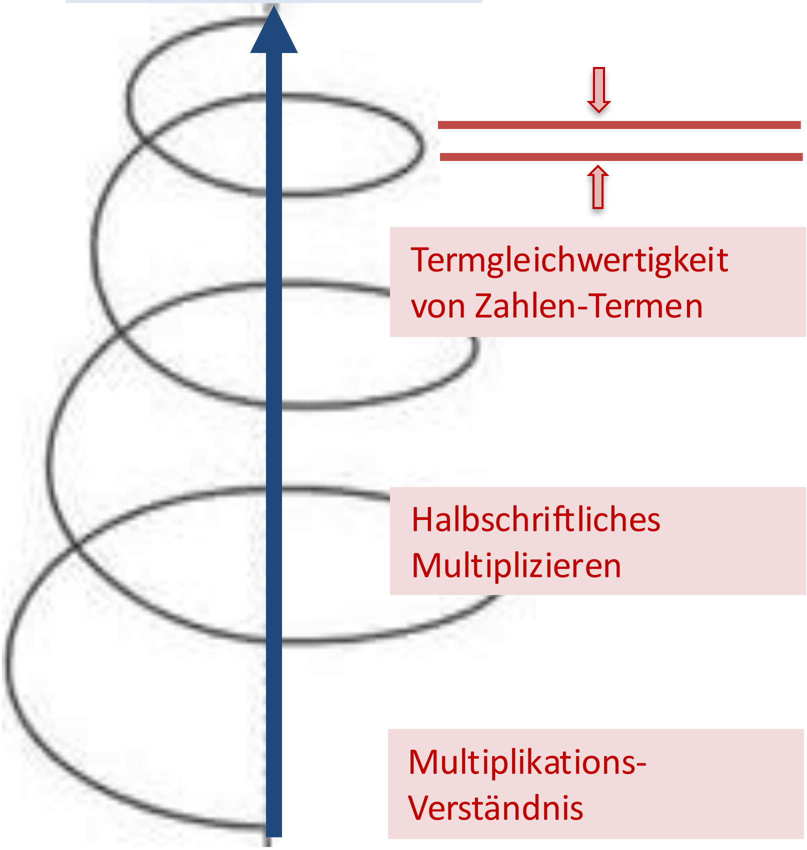
Konsequenzen:

- zentrale Bedeutung von Übergang Arithmetik/ Algebra
- Anknüpfungspunkte für lernstufengerechtes Lernen: Varianten Basisheft/ Regelheft/ Forderheft
- Alternative zu der Differenzierung von Frau Pauli zu Beginn: Lernziele auf ganz anderen curricularen Lernstufen adressieren

(adaptiert nach Prediger, 2022)

Verstehensgrundlagen der Termgleichwertigkeit aktivieren

Termgleichwertigkeit von Variablen-Termen



Termgleichwertigkeit von Zahlen-Termen

Halbschriftliches Multiplizieren

Multiplikations-Verständnis

zentrale zusätzliche Verstehensgrundlage:

Variable als allgemeine Zahl

das nächste Thema:
Aufstellen & Beschreiben von Termen

(adaptiert nach Prediger, 2022)


PAUSE

Unser Programm für heute

1. Ankommen, Begrüßen & Ziele für heute
2. Konzepte von Termgleichwertigkeit
3. **Einführung des Variablenkonzepts der Allgemeinen Zahl**
4. Abschluss

Ideen für unterrichtliche Umsetzungen

Allgemeine Zahl *bzw.* Veränderliche
steht für alle Zahlen, für die man verallgemeinert *bzw.* eine Größe, die jede beliebige Zahl annehmen kann

Aktivierung

Was sind Ihre Erfahrungen:

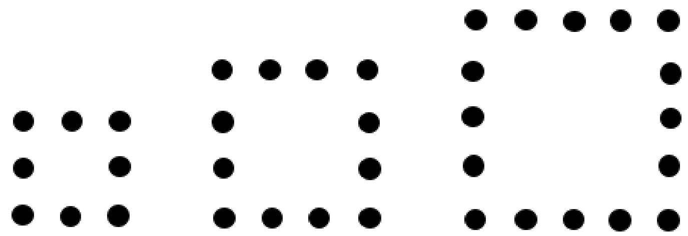
- Was fällt Lernenden besonders schwer daran das Konzept der allgemeinen/veränderlichen Zahl zu verstehen?
- Wie *würden* Sie Lernenden das Konzept der allgemeinen/veränderlichen Zahl verständlich machen? Mit welchen Darstellungsmitteln?

Bilderfolgen im Übergang von der Arithmetik zur Algebra

Arbeitsauftrag 18

Untersuchen Sie die Aufgabe Punktmuster

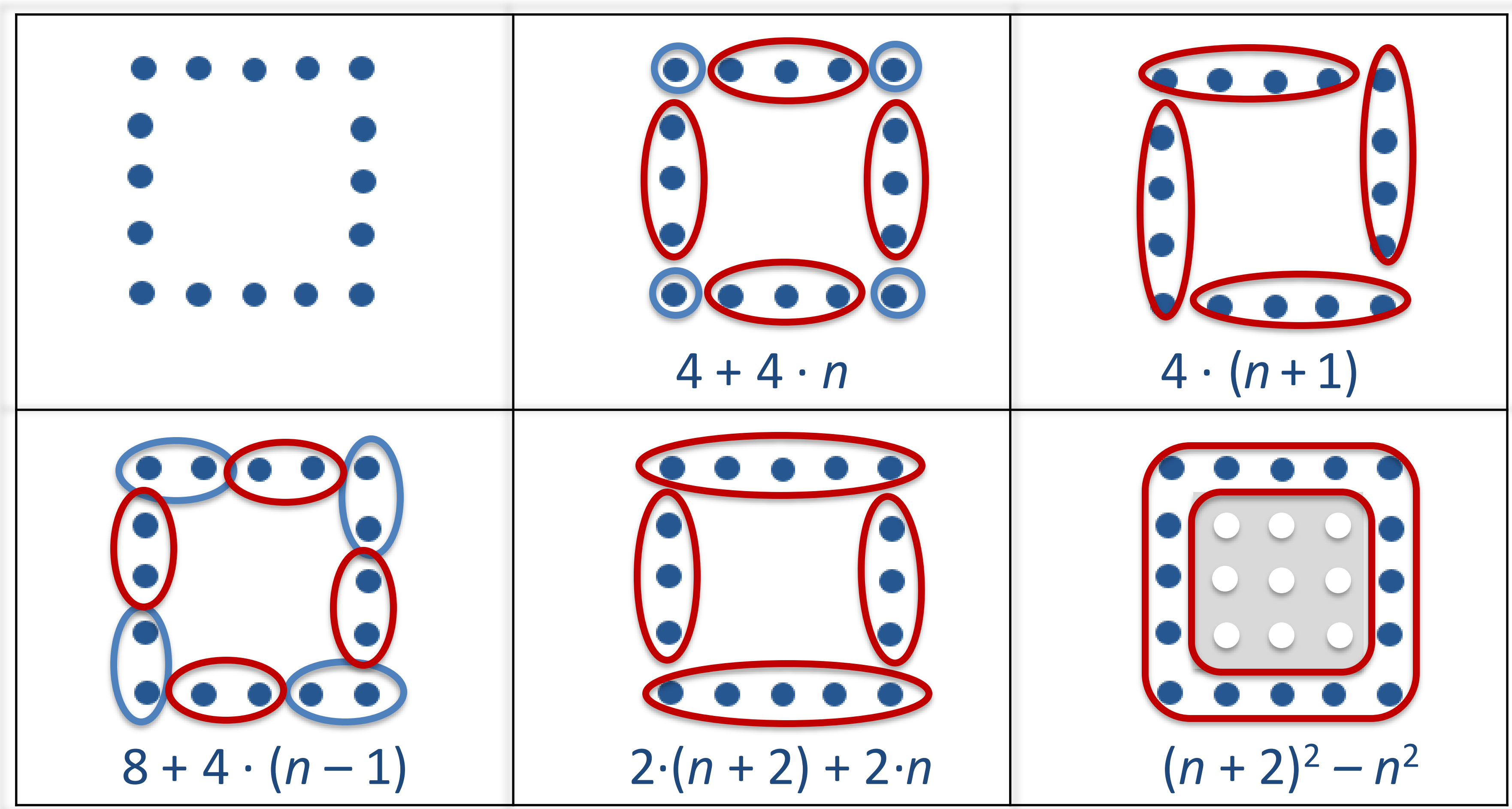
1. Überlegen Sie für diese Bilderfolge möglichst viele verschiedene beschreibungsgleiche Terme für das n-te Bild. Übersetzen Sie den Term jeweils in eine charakteristische Markierung der ikonischen Darstellung (siehe AB).



Figur 1 Figur 2 Figur 3

(Holzäpfel, 2021b)

Beschreibungsgleiche Terme für die Aufgabe Punktmuster



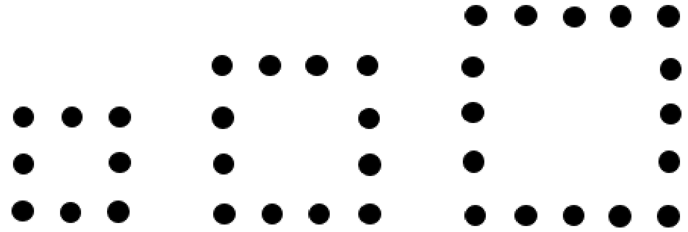
(adaptiert nach Holzäpfel, 2021a)

Bilderfolgen im Übergang von der Arithmetik zur Algebra

Arbeitsauftrag 18

Untersuchen Sie die Aufgabe Punktmuster

2. Analyse des Regelhefts:
   In welchen Schritten führt das Regelheft zu der Einführung von Variablen als veränderliche Zahl?



Figur 1 **Figur 2** **Figur 3**

(Holzäpfel, 2021b)

Analyse der Aufgabe Punktmuster

Schritt 1: Es geht um die Ermittlung der Gesamtpunktzahl, genauer: diese geschickt zählend zu ermitteln.

Schritt 2: Finde ein Muster und beschreibe es in Worten, im Bild und als Rechnung.

Schritt 3: Setze das Muster fort:
a) für Zahlen, die noch nachzulegen/aufzuzeichnen sind,
b) für sehr große Zahlen, wo dies nur noch mit Hilfe einer Rechnung geht
c) für jede beliebige Zahl, wozu Variablen benötigt werden

Schritt 4: Es gibt andere Zählweisen, die ein anderes Muster zu derselben Bilderfolge beschreiben als Bild, als arithmetischer Term oder als algebraischer Term.
Da sie dieselbe Bilderfolge beschreiben müssen sie gleich sein, obwohl die Terme unterschiedlich aussehen.

Unser Programm für heute

1. Ankommen, Begrüßen & Ziele für heute
2. Konzepte von Termgleichwertigkeit
3. Einführung des Variablenkonzepts der Allgemeinen Zahl
4. **Abschluss**

Abschlussreflexion

Aufgabe Terrassenfläche

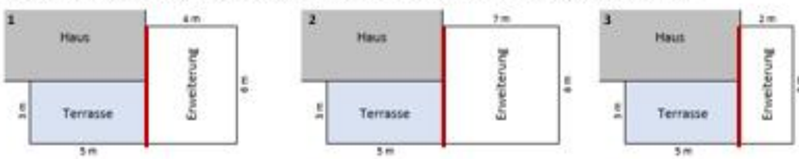
Familie Yildiz will eine Terrasse bauen. Der Teil direkt vor dem Haus soll $3m$ mal $5m$ sein.

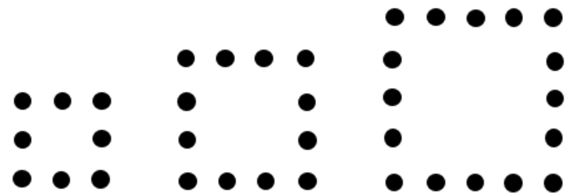
Familie Yildiz diskutiert noch, wie die Erweiterung rechts neben dem Haus aussehen soll. Die Breite von $6m$ steht fest.

a) Lies den Text.

- Was ist gegeben? Beschrifte das Foto.
- Was ist gesucht?

b) Familie Yildiz hat schon drei Skizzen mit verschiedenen Erweiterungen gezeichnet.





Figur 1 Figur 2 Figur 3

Abschlussreflexion

Was muss ein inklusiver Unterricht zum Thema Termgleichwertigkeit berücksichtigen? Überlegen Sie für sich, was Sie aus der heutigen Sitzung für Ihren Unterricht mitnehmen.

Zusammenfassung: Im inklusiven Mathematikunterricht …

… sollten für alle Lernende Erfahrungen zu den verschiedenen Termgleichwertigkeits-Konzepten ermöglicht werden. Kein Konzept sollte in einem verstehensbasierten Unterricht fehlen.

- Um den unterschiedlichen Vorwissensständen der Lernenden dennoch gerecht werden zu können, sind vielmehr die unterschiedlichen Lernstufen zu berücksichtigen.
- Diese können gezielt durch Aufgaben aktiviert werden und mittels verschiedener Varianten zu derselben Aufgabe (Basis-, Regel- und Forderheft) gefördert werden.
- So kann der wichtige Übergang von der Arithmetik zur Algebra in einem Unterricht für alle zum gemeinsamen Lerngegenstand und der Gefahr einer Übergeneralisierung entgegengewirkt werden.

Vorwissen

Grundvorstellung zu Termgleichwertigkeit

Lernstufen

Lernstufen:

Übergang Arithmetik/ Algebra

Vermeidung von Fehlvorstellung:

Objekt-Zahl-Konvention

Worum geht es?

Algebra inklusiv unterrichten

xx.xx.

1. Sitzung

Term- und Äquivalenz-umformungen

xx.xx.

2. Sitzung

Äquivalenz-umformungen

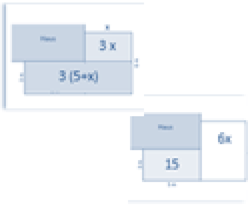
xx.xx.

3. Sitzung

Äquivalenz-umforungen

xx.xx.

4. Sitzung



Termgleich-wertigkeit

xx.xx.

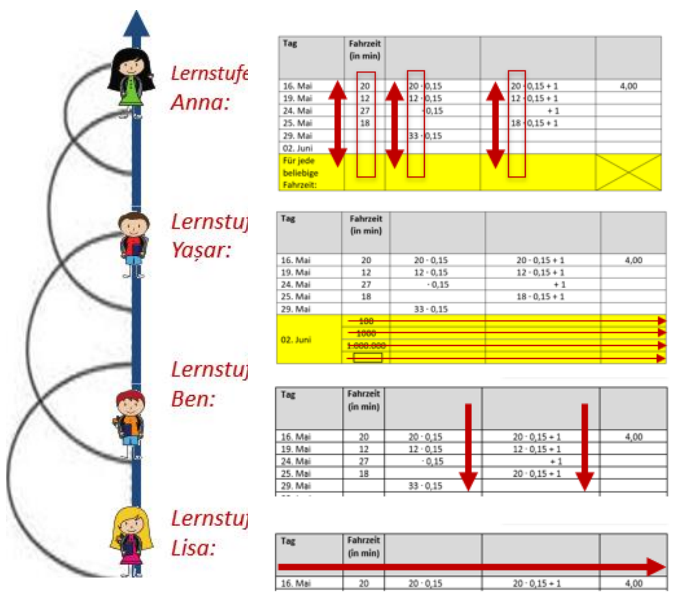
5. Sitzung

Variablen aufstellen & beschreiben

Ausblick auf die nächste Sitzung

Für das Thema Äquivalenzumformungen soll überlegt werden, wie mit überfachlichen Lernvoraussetzungen umgegangen wird.

Lernvoraussetzung identifizieren → Lernvoraussetzung diagnostizieren → Lernvoraussetzung fokussiert fördern

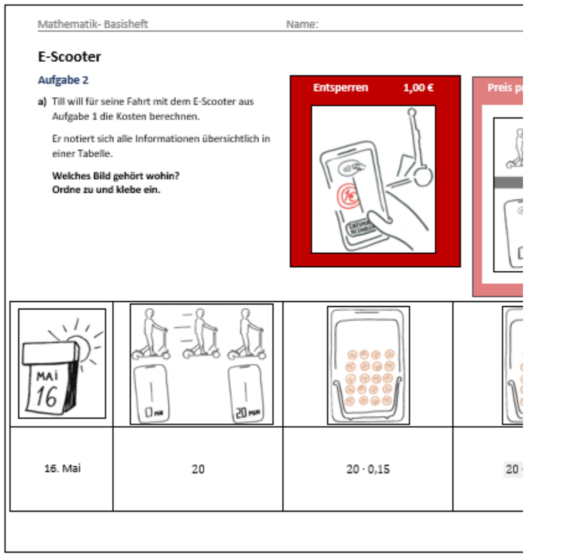


Das bedeutet die Rechnung:

In der Tabelle ist es immer so: man nimmt die gesuchte Zeit mal den Preis pro Minute und rechnet den Entsperrpreis dazu.

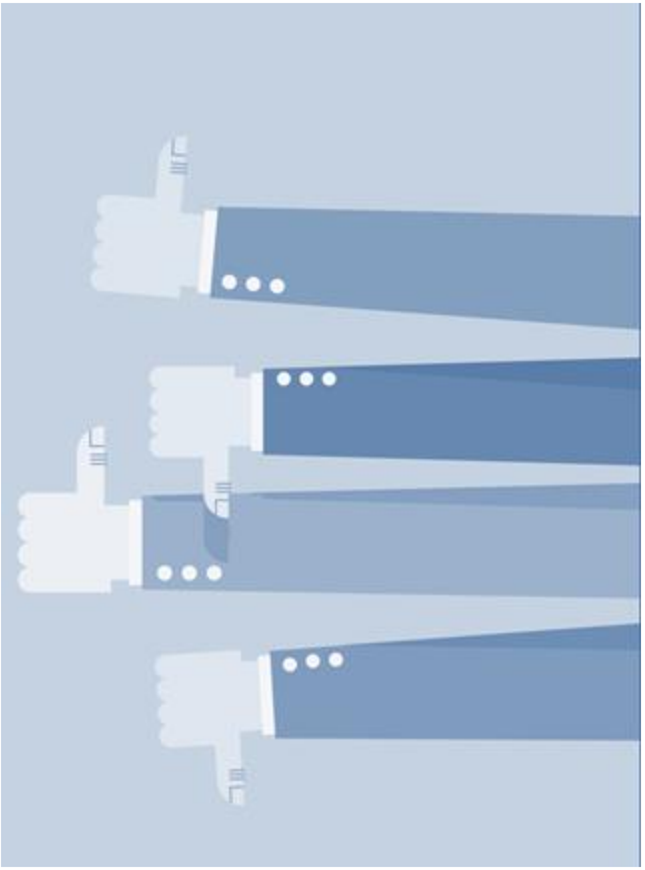
Das bedeutet „jede beliebige Fahrzeit“:

Das bedeutet, man weiß nicht, welche Zahl das ist.



Wie hat Ihnen die Veranstaltung heute gefallen?

[Sprechen Sie mich gerne hinterher an, und sagen Sie mir genauer, was Sie sich anders wünschen oder was genau Ihnen gefallen hat.]



danke!

Literatur

- Barzel, B., Domokos, T., Dreher, A., Friesen, M., Holzäpfel, L., Larrain, M. & Weith, L. (2022). *Algebra. Teil 1 & Teil 2*. DZLM-Reihe MaCo, Diagnose und Förderung von Verstehensgrundlagen, Vortragsfolien
- Hasselhorn, M. & Gold, A. (2022). *Pädagogische Psychologie. Erfolgreiches Lernen und Lehren*. Stuttgart: Kohlhammer.
- Holzäpfel, L. (2021a). *Nachhaltig professionalisieren - Langfristige Lernprozesse gestalten am Beispiel „Algebra: Vielfältig. Verstehensorientiert. Nachhaltig*". DZLM-Ausbildung Mathematik-Moderator*innen, November 2021, Vortragsfolien.
- Holzäpfel, L. (2021b). *Punktmuster*
- Malle, G. (1993). *Didaktische Probleme der elementaren Algebra*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner.
- Prediger, S. (2022). *Immer nur bis zur Klassenarbeit? Durchgängigkeit als zentrale Herausforderung für die Unterrichtsentwicklung*. DZLM-Jahrestagung Berlin, September 2022, Vortragsfolien.
- Prediger, S. (2009). Inhaltliches Denken vor Kalkül – Ein didaktisches Prinzip zur Vorbeugung und Förderung bei Rechenschwierigkeiten. In A. Fritz & S. Schmidt (Hrsg.), *Fördernder Mathematikunterricht in der Sek. I. Rechenschwierigkeiten erkennen und überwinden* (S. 213-234). Weinheim: Beltz.
- Prediger, S., Kuhl, J., Büscher, C. & Buró, S. (2020). Mathematik inklusiv lehren lernen: Entwicklung eines forschungsbasierten interdisziplinären Fortbildungskonzepts. *Journal für Psychologie*, 28(2), 288-312. https://doi.org/10.30820/0942-2285-2019-2-288