

# TEDS-IME

Teacher Education and Development Study  
Inclusive Mathematics Education

## Algebra inklusiv unterrichten

Teil 5: Lernstufen von Variablen als  
Veränderliche berücksichtigen und vom  
Konzept der Unbekannten unterscheiden



Benjamin Morik

**Sabine Sonderfrau & Max Mustermann**

Aus- und Fortbildungsmaterial wurde entwickelt im Rahmen von TEDS-IME  
unter aktiver Mitwirkung von C. Ademmer



## Unser Programm für heute

- 1. Ankommen, Begrüßen & Ziele für heute**
2. Variablenkonzept der allgemeinen/veränderlichen Zahl ...
  - 2.1 ... identifizieren & fördern
  - 2.2 ... diagnostizieren
3. Variablenkonzepte unterscheiden
4. Abschluss-Reflexion

## Fragen zu Ihrem Unterricht



### *Zum Ankommen...*

Denken Sie an die letzte Sitzung von Algebra inklusiv unterrichten

- Was war für Sie besonders wichtig?
- Haben Sie schon etwas im Unterricht umsetzen können? Wie ist es gelaufen?
- Ist Ihnen etwas in Ihrem Unterricht aufgefallen, was zu unserem Thema passt?

Tauschen Sie sich aus.

Worum geht es?

# Algebra inklusiv unterrichten

XX.XX.

## 1. Sitzung



Term- und  
Äquivalenz-  
umformungen

XX.XX.

## 2. Sitzung



Äquivalen-  
umformungen

XX.XX.

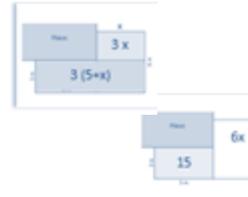
## 3. Sitzung



Äquivalenz-  
umformungen

XX.XX.

## 4. Sitzung



Termgleich-  
wertigkeit

XX.XX.

## 5. Sitzung



Variablen  
aufstellen &  
beschreiben

## Was erwartet Sie heute

**Anhand der Lernumgebung „Terme finden & beschreiben“ soll das Variablenkonzept der allgemeinen/veränderlichen Zahl verdeutlicht werden, indem ...**

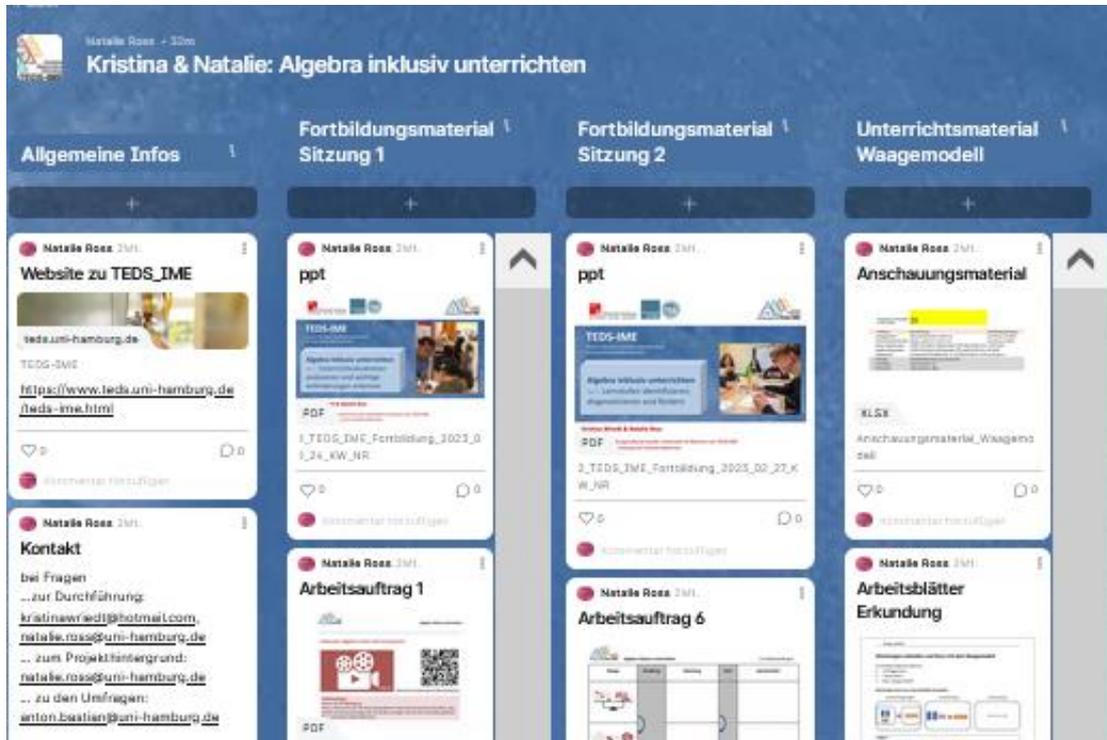
- Tabellen als besonders geeignetes Darstellungsmittel kennengelernt,
- unterschiedliche Lernstufen identifiziert,
- differenzierte Förderungen im Regel- und Basisheft konkretisiert und
- Schüler\*innen-Äußerungen diagnostiziert werden.

**Das Variablenkonzept der allgemeinen/veränderlichen Zahl wird abschließend von dem der unbekanntes Zahl unterschieden und eine explizite Umsetzung im Unterricht thematisiert.**



muss angepasst werden

## Alle Materialien zur Fortbildung im Padlet



<https://padlet.com/natalieross7/kristina-natalie-algebra-inklusiv-unterrachten-lme9t0rsgwlg4ks>



## Unser Programm für heute

1. Ankommen, Begrüßen & Ziele für heute
2. **Variablenkonzept der allgemeinen/veränderlichen Zahl ...**
  - 2.1 ... identifizieren & fördern
3. Variablenkonzepte unterscheiden
4. Abschluss-Reflexion

Mathematik-Regelheft Name: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

**E-Scooter**

**Aufgabe 1: Kosten für das E-Scooter-Fahren beschreiben**

Till hat sich in den letzten Tagen immer mal wieder einen E-Scooter ausgeliehen. In der folgenden Tabelle siehst du, wie lange er gefahren ist und wie viel er dafür bezahlt hat.

a) Rechts steht das E-Scooter-Angebot, das Till nutzt.

**Servicepreis**  
E-Scooter: 0,15 € pro Minute und  
1 € für Entsperren  
Standorttarif (0,15€/min) wird fällig,  
wenn du den E-Scooter über die App  
entsperst.

- Ergänze die fehlenden Werte in Tills Tabelle. Für den 2. Juni kannst du dir irgendeine Fahrzeit aussuchen.
- Notiere die drei fehlenden Spaltenüberschriften.
- Vervollständige die letzte Zeile.

Tag	Fahrzeit (in min)			
16. Mai	20	$20 \cdot 0,15$	$20 \cdot 0,15 + 1$	4,00
19. Mai	12	$12 \cdot 0,15$	$12 \cdot 0,15 + 1$	
24. Mai	27	$\cdot 0,15$	$+ 1$	
25. Mai	19		$20 \cdot 0,15 + 1$	
29. Mai		$33 \cdot 0,15$		
02. Juni	Für jede beliebige Fahrzeit:			

b) Erkläre in eigenen Worten:

- Was bedeutet die Rechnung in der markierten Zelle in der letzten Zeile? Was rechnet du damit aus?
- Was bedeutet für dich „jede beliebige Fahrzeit“?
- Warum stimmt die Rechnung in der markierten Zelle für jede beliebige Fahrzeit?

Mathematik-Basisheft Name: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

**E-Scooter**

**Aufgabe 2**

a) Till will für seine Fahrt mit dem E-Scooter aus Aufgabe 1 die Kosten berechnen. Er notiert sich alle Informationen übersichtlich in einer Tabelle.

Welches Bild gehört wohin?  
Ordne zu und klebe ein.

**Entsperren 1,00 €**

**Preis pro Minute 0,15 €**

16. Mai	20	$20 \cdot 0,15$	$20 \cdot 0,15 + 1$	4,00

## Arbeitsauftrag 19

- Zum Aufstellen eines Terms wird sowohl im Regel- als auch im Basisheft mit dem Darstellungsmittel „Tabelle“ gearbeitet.
  - Machen Sie sich hiermit in beiden Heft-Varianten kurz vertraut.
  - Benennen Sie angewandte Mittel der Differenzierung.

## Einschub: Differenzierungsmittel im Basisheft

### Parallel- und Stufendifferenzierung

- Ausgangssituation der E-Scooterfahrt muss in eigenen Worten wiedergegeben werden; dynamische Situation wird durch Bilderkarten unterstützt, so dass relevante Infos nicht weggelassen werden können.
- Zusammenhang zwischen den Informationen wird vorgegeben, dabei wird der multiplikative Zusammenhang visuell unterstützt, damit dies nachvollzogen werden kann
- Umgang mit der Tabelle wurde in Teilprobleme zerlegt
- ...

➤ **keine selbstdifferenzierende Aufgabe**



**Differenzierungs-  
mittel  
unterstützen  
fehlende  
Lernstrategien**



**E-Scooter Servicepreis**

0,15 € pro Minute  
1 € fürs Entsperren

Standardtarif (0,15 €/min) wird fällig, wenn du einen E-Scooter über die App entsperst

Tag	Fahrzeit (min)	Kosten reine Fahrzeit (€)	Gesamtkosten Term (€)	Gesamtkosten ausgerechnet (€)
16. Mai	20	$20 \cdot 0,15$	$20 \cdot 0,15 + 1$	4,00
19. Mai	12	$12 \cdot 0,15$	$12 \cdot 0,15 + 1$	2,80
24. Mai	27	$27 \cdot 0,15$	$27 \cdot 0,15 + 1$	5,05
25. Mai	18	$18 \cdot 0,15$	$18 \cdot 0,15 + 1$	3,70
29. Mai	33	$33 \cdot 0,15$	$33 \cdot 0,15 + 1$	5,95
02. Juni	100	$100 \cdot 0,15$	$100 \cdot 0,15 + 1$	16,00
Für jede beliebige Fahrzeit	$x$	$x \cdot 0,15$	$x \cdot 0,15 + 1$	

Jede beliebige Fahrzeit heißt:  
Es ist keine bestimmte Zahl für die Fahrzeit festgelegt.

## Arbeitsauftrag 19

2. Betrachten Sie das Video:

- Wie wird das Konzept der Variable als veränderliche Zahl erklärt?
- Welche signifikanten Schritte geht das Video bei dieser Erklärung?



## Lernstufen für Grundvorstellung eines veränderlichen Terms



**Lernstufe  
Anna:**

Aufstellen eines Terms für  
„jede beliebige Zahl“  
-> Variablen-Deutung als  
veränderliche Zahl

**Lernstufe  
Yaşar:**

Aufstellen eines Terms für  
„irgendeine Zahl“  
-> Variablen-Deutung als  
Einsetzstelle/ Platzhalter

**Lernstufe  
Ben:**

Strukturerkennung des  
arithmetischen Terms: was bleibt  
gleich, was ändert sich?  
-> vertikaler Blick auf die Tabelle

**Lernstufe  
Lisa:**

Aufstellen des arithmetischen Terms  
-> horizontaler Blick auf die Tabelle

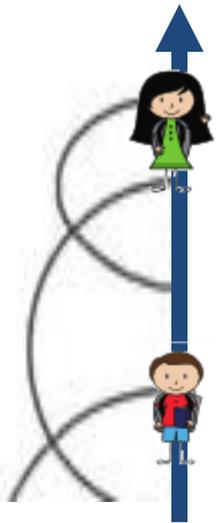
Tag	Fahrzeit (in min)			
16. Mai	20	$20 \cdot 0,15$	$20 \cdot 0,15 + 1$	4,00
19. Mai	12	$12 \cdot 0,15$	$12 \cdot 0,15 + 1$	
24. Mai	27	$\cdot 0,15$	$+ 1$	
25. Mai	18		$18 \cdot 0,15 + 1$	
29. Mai		$33 \cdot 0,15$		
02. Juni				
Für jede beliebige Fahrzeit:				

Tag	Fahrzeit (in min)			
16. Mai	20	$20 \cdot 0,15$	$20 \cdot 0,15 + 1$	4,00
19. Mai	12	$12 \cdot 0,15$	$12 \cdot 0,15 + 1$	
24. Mai	27	$\cdot 0,15$	$+ 1$	
25. Mai	18		$18 \cdot 0,15 + 1$	
29. Mai		$33 \cdot 0,15$		
02. Juni	- 100			
	- 1000			
	1.000.000			

Tag	Fahrzeit (in min)			
16. Mai	20	$20 \cdot 0,15$	$20 \cdot 0,15 + 1$	4,00
19. Mai	12	$12 \cdot 0,15$	$12 \cdot 0,15 + 1$	
24. Mai	27	$\cdot 0,15$	$+ 1$	
25. Mai	18		$20 \cdot 0,15 + 1$	
29. Mai		$33 \cdot 0,15$		

Tag	Fahrzeit (in min)			
16. Mai	20	$20 \cdot 0,15$	$20 \cdot 0,15 + 1$	4,00

## Lernstufen für Grundvorstellung eines veränderlichen Terms



*Lernstufe*  
*Anna:*

Aufstellen eines Terms für  
„jede beliebige Zahl“  
-> Variablen-Deutung als  
veränderliche Zahl

*Lernstufe*  
*Yaşar:*

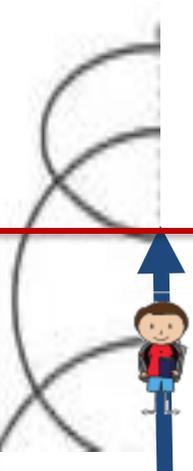
Aufstellen eines Terms für  
„irgendeine Zahl“  
-> Variablen-Deutung als  
Einsetzstelle/ Platzhalter

Tag	Fahrzeit (in min)			
16. Mai	20	$20 \cdot 0,15$	$20 \cdot 0,15 + 1$	4,00
19. Mai	12	$12 \cdot 0,15$	$12 \cdot 0,15 + 1$	
24. Mai	27	$\cdot 0,15$	$+ 1$	
25. Mai	18		$18 \cdot 0,15 + 1$	
29. Mai		$33 \cdot 0,15$		
02. Juni				
Für jede beliebige Fahrzeit:				

Tag	Fahrzeit (in min)			
16. Mai	20	$20 \cdot 0,15$	$20 \cdot 0,15 + 1$	4,00
19. Mai	12	$12 \cdot 0,15$	$12 \cdot 0,15 + 1$	
24. Mai	27	$\cdot 0,15$	$+ 1$	
25. Mai	18		$18 \cdot 0,15 + 1$	
29. Mai		$33 \cdot 0,15$		
02. Juni	- 100			
	- 1000			
	1.000.000			

zentraler Schritt,  
der bisher zu wenig explizit bei Lernenden beachtet wird

## Lernstufen für Grundvorstellung eines veränderlichen Terms



**Lernstufe**  
*Yaşar:*

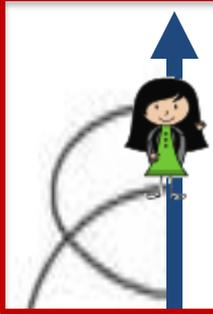
Aufstellen eines Terms für  
„irgendeine Zahl“  
-> Variablen-Deutung als  
Einsetzstelle/ Platzhalter

Tag	Fahrzeit (in min)			
16. Mai	20	$20 \cdot 0,15$	$20 \cdot 0,15 + 1$	4,00
19. Mai	12	$12 \cdot 0,15$	$12 \cdot 0,15 + 1$	
24. Mai	27	$\cdot 0,15$	$+ 1$	
25. Mai	18		$18 \cdot 0,15 + 1$	
29. Mai		$33 \cdot 0,15$		
02. Juni	- 100			▶
	- 1000			▶
	1.000.000			▶
	<input type="text"/>			▶

irgendeine Zahl (Einsetzungsaspekt):

- 100 oder 1.000 oder 1.000.000 ....
- verschiedene, alternative Möglichkeiten, eine Zahl einzusetzen, aber immer ist es eine einzige konkrete Zahl

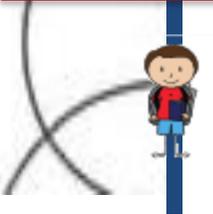
## Lernstufen für Grundvorstellung eines veränderlichen Terms



**Lernstufe**  
*Anna:*

Aufstellen eines Terms für „jede beliebige Zahl“  
-> Variablen-Deutung als veränderliche Zahl

Tag	Fahrzeit (in min)			
16. Mai	20	$20 \cdot 0,15$	$20 \cdot 0,15 + 1$	4,00
19. Mai	12	$12 \cdot 0,15$	$12 \cdot 0,15 + 1$	
24. Mai	27	$\cdot 0,15$	$+ 1$	
25. Mai	18		$18 \cdot 0,15 + 1$	
29. Mai		$33 \cdot 0,15$		
02. Juni	Für jede beliebige Fahrzeit:			X



**Lernstufe**  
*Yaşar:*

Aufstellen eines Terms für „irgendeine Zahl“  
-> Variablen-Deutung als Einsetzstelle/ Platzhalter

Tag	Fahrzeit (in min)			
16. Mai	20	$20 \cdot 0,15$	$20 \cdot 0,15 + 1$	4,00
19. Mai	12	$12 \cdot 0,15$	$12 \cdot 0,15 + 1$	
24. Mai	27	$\cdot 0,15$	$+ 1$	
25. Mai	18		$18 \cdot 0,15 + 1$	
29. Mai		$33 \cdot 0,15$		
02. Juni	- 100			▶
	- 1000			▶
	1.000.000			▶
				▶

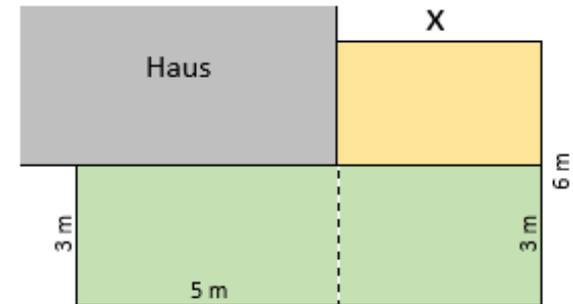
### veränderliche Zahl:

- alle Zahlen: 100 und 1.000 und 1.000.000 ....
- die Variable x ist eine verkürzte Schreibweise für alle Zahlen, jede beliebige Fahrzeit, alle möglichen Fahrzeiten, ...

## Arbeitsauftrag 19

3. Warum ist das Darstellungsmittel „Tabelle“ für das Verstehen des Konzepts „veränderlicher Term“ besonders günstig? Vergleichen Sie mit anderen Darstellungsmitteln bspw. der Skizze aus der Aufgabe *Terrasse*.

min	Kosten pro min	Gesamtkosten (Term)	Gesamtkosten (Ergebnis)
10	$10 \cdot 0,5$	$10 \cdot 0,5 + 3$	8
3	$3 \cdot 0,5$	$3 \cdot 0,5 + 3$	4,5
12	$12 \cdot 0,5$	$12 \cdot 0,5 + 3$	9
$x$	$x \cdot 0,5$	$x \cdot 0,5 + 3$	X



## Vergleich Tabelle/ Skizze

- In der Tabelle (horizontal) wird schrittweise der Zusammenhang aufgebaut
  - unterstützt Lernstufe von Lisa
- Man kann in der Tabelle (vertikal) leichter sehen, was gleich bleibt, was sich verändert
  - unterstützt Lernstufe von Ben
- Einsetzungsaspekt kann leichter verdeutlicht werden
  - unterstützt Lernstufe von Yaşar
- Übergang Yaşars zu Annas Lernstufe kann über Tabelle besser verdeutlicht werden:
  - Beim Zeichnen von Skizzen wählt man irgendeine, dann aber *festgelegte* Maßzahl für  $x$ .
  - Das dies dann für **alle Zahlen** steht, ist schwer begreiflich; zumindest, wenn es darum geht, dies zum ersten Mal zu begreifen.



## Unser Programm für heute

1. Ankommen, Begrüßen & Ziele für heute
2. **Variablenkonzept der allgemeinen/veränderlichen Zahl ...**  
**2.2 ... diagnostizieren**
3. Variablenkonzepte unterscheiden
4. Abschluss-Reflexion

## Lernstufen mithilfe von Sprachmitteln beschreiben

Tag	Fahrzeit (in min)			
16. Mai	20	$20 \cdot 0,15$	$20 \cdot 0,15 + 1$	4,00
19. Mai	12	$12 \cdot 0,15$	$12 \cdot 0,15 + 1$	
24. Mai	27	$\cdot 0,15$	$+ 1$	
25. Mai	18		$20 \cdot 0,15 + 1$	
29. Mai		$33 \cdot 0,15$		
02. Juni				
Für jede beliebige Fahrzeit:				

b) Erkläre in eigenen Worten:

- Was bedeutet die Rechnung in der markierten Zelle in der letzten Zeile?  
Was rechnest du damit aus?
- Was bedeutet für dich „jede beliebige Fahrzeit“?

### Fragen an Schüler\*innen:

- Was bedeutet für dich „jede beliebige Fahrzeit“?
- Warum stimmt die Rechnung in der markierten Zelle für „jede beliebige Fahrzeit“?

### Arbeitsauftrag 20

Untersuchen Sie die Antworten der vier Lernenden und ordnen Sie diese begründet einer Lernstufe zu.

## Lernstufen mithilfe von Sprachmitteln beschreiben

Luisa

Das bedeutet die Rechnung:

*In der Tabelle ist es immer so: man nimmt die gesuchte Zeit mal den Preis pro Minute und rechnet den Entsperrpreis dazu.*

Das bedeutet „jede beliebige Fahrzeit“:

*Das bedeutet, man weiß nicht, welche Zahl das ist.*

## Lernstufen mithilfe von Sprachmitteln beschreiben

Moritz

Das bedeutet die Rechnung:

*Man rechnet nicht aus, was genau herauskommt. Man will für alle möglichen Fahrzeiten wissen, wie viel man für die Fahrt insgesamt zahlt.*

Das bedeutet „jede beliebige Fahrzeit“:

*keine bestimmte Zahl, die für die Fahrzeit festgelegt ist, sondern alle*

(adaptiert aus Korntreff, 2022, Projekt MuM-Video)

## Lernstufen mithilfe von Sprachmitteln beschreiben

Danaye

Das bedeutet die Rechnung:

*Ich kann immer irgendeine Fahrzeit einsetzen und mal den Minutenpreis rechnen und dann kommt immer die 1€ für das Entsperrn bei den Gesamtkosten dazu.*

Das bedeutet „jede beliebige Fahrzeit“:

*Dass es jede Zahl sein kann, wofür „x“ eingesetzt wurde.*

(adaptiert aus Korntreff, 2022, Projekt MuM-Video)

## Lernstufen mithilfe von Sprachmitteln beschreiben

Gregor

Das bedeutet die Rechnung:

*In der markierten Zelle rechnet man die Fahrzeit in min, den Minutenpreis und die 1€ für's Entsperrten zusammen.*

Das bedeutet „jede beliebige Fahrzeit“:

*Mit jeder beliebigen Fahrtzeit meint man alle Fahrten zusammengerechnet.*

## Sprachmittel für die Variablenvorstellung veränderliche Zahl

$x$  ist ...

- jede beliebige Fahrzeit
- alle möglichen Fahrzeiten
- verschiedene Fahrzeiten
- alle Fahrzeiten
- eine variable Fahrzeit
- jede Zahl, die für die Fahrzeit möglich ist
- keine bestimmte Zahl, die für die Fahrzeit festgelegt ist

### Tabelle als wichtiges Sprachmittel

Tag	Fahrzeit (in min)			
16. Mai	20	20	0,15	20 0,15 + 1
19. Mai	12	12	0,15	12 0,15 + 1
24. Mai	27		0,15	+ 1
25. Mai	18			18 0,15 + 1
29. Mai		33	0,15	
02. Juni				
Für jede beliebige Fahrzeit:				

*vertikale Geste* für Veränderliche





## Unser Programm für heute

1. Ankommen, Begrüßen & Ziele für heute
2. Variablenkonzept der allgemeinen/veränderlichen Zahl ...
3. **Variablenkonzepte unterscheiden**
4. Abschluss-Reflexion

## Rückblick auf die bisherigen Sitzungen

	Kalkülaspekt	Einsetzungsaspekt	Gegenstandsaspekt	
			Unbekannte Zahl	Allgemeine Zahl
<b>Variable</b>	nicht gedeutetes Symbol	Einsetzstelle/ Platzhalter für Zahlen	steht für unbekannte Zahl, die gesucht wird	steht für alle Zahlen, für die man verallgemeinert
<b>Term</b>	nicht gedeutete Symbolkette	Rechenvorschrift, in die Zahlen eingesetzt werden können	Beschreibung für eine weitere unbekannte Zahl	Beschreibung eines allgemeinen Zusammenhangs
<b>Termgleichwertigkeit</b>	Umformungsgleichheit: die beiden Terme sind ineinander überführbar	Einsetzungsgleichheit: zwei Terme ergeben für alle Einsetzungen denselben Wert	---	Beschreibungsgleichheit: zwei Terme beschreiben dieselbe Situation, dasselbe Bild
<b>Gleichung</b>	nicht gedeutete Symbolkette	Aussageform, in der durch Einsetzen potenzielle Lösungen geprüft werden können	Bestimmungsgleichung als Bedingung aus der unbekannte Zahl herauszufinden ist	allgemeingültige Bedingung für alle Zahlen
<b>Gleichungsäquivalenz</b>	zwei Gleichungen sind durch Äquivalenzumformungen ineinander überführbar	zwei Gleichungen haben dieselbe Lösungsmenge	zwei Gleichungen beschreiben denselben unbekanntem Zahlen	---

## Rückblick auf die bisherigen Sitzungen

	Kalkülaspekt	Einsetzungsaspekt	Gegenstandsaspekt	
			Unbekannte Zahl	Allgemeine Zahl
<b>Variable</b>	nicht gedeutetes Symbol	Einsetzstelle/ Platzhalter für Zahlen	steht für unbekannte Zahl, die gesucht wird	steht für alle Zahlen, für die man verallgemeinert
<b>Term</b>	nicht gedeutete Symbolkette	Rechenvorschrift, in die Zahlen eingesetzt werden können	Beschreibung für eine weitere unbekannte Zahl	Beschreibung eines allgemeinen Zusammenhangs
<b>Termgleichwertigkeit</b>	Umformungsgleichheit: die beiden Terme sind ineinander überführbar	 Einsetzungsgleichheit: zwei Terme ergeben für alle Einsetzungen denselben Wert	---	Beschreibungsgleichheit: zwei Terme beschreiben dieselbe Situation, dasselbe Bild
<b>Gleichung</b>	nicht gedeutete Symbolkette	Aussageform, in der durch Einsetzen potenzielle Lösungen geprüft werden können	Bestimmungsgleichung als Bedingung, aus der unbekannte Zahl herauszufinden ist	allgemeingültige Bedingung für alle Zahlen
<b>Gleichungsäquivalenz</b>	zwei Gleichungen sind durch Äquivalenzumformungen ineinander überführbar	zwei Gleichungen haben dieselbe Lösungsmenge	zwei Gleichungen beschreiben dieselben unbekanntes Zahlen	---

## Rückblick auf die bisherigen Sitzungen

	Kalkülaspekt	Einsetzungsaspekt	Gegenstandsaspekt	
			Unbekannte Zahl	Allgemeine Zahl
<b>Variable</b>	nicht gedeutetes Symbol	Einsetzstelle/ Platzhalter für Zahlen	steht für unbekannte Zahl, die gesucht wird	steht für alle Zahlen, für die man verallgemeinert
<b>Term</b>	nicht gedeutete Symbolkette	Rechenvorschrift, in die Zahlen eingesetzt werden können	Beschreibung für eine weitere unbekannte Zahl	Beschreibung eines allgemeinen Zusammenhangs
<b>Termgleichwertigkeit</b>	Umformungsgleichheit: die beiden Terme sind ineinander überführbar	Einsetzungsgleichheit: zwei Terme ergeben für alle Einsetzungen denselben Wert	---	Beschreibungsgleichheit: zwei Terme beschreiben dieselbe Situation, dasselbe Bild
<b>Gleichung</b>	nicht gedeutete Symbolkette	Aussageform, in der durch Einsetzen potenzielle Lösungen geprüft werden können	Bestimmungsgleichung als Bedingung, aus der die unbekannte Zahl herauszufinden ist	allgemeingültige Bedingung für alle Zahlen
<b>Gleichungsäquivalenz</b>	zwei Gleichungen sind durch Äquivalenzumformungen ineinander überführbar	zwei Gleichungen haben dieselbe Lösungsmenge	zwei Gleichungen beschreiben dieselben unbekanntes Zahlen	---

## Rückblick auf die bisherigen Sitzungen

	Kalkülaspekt	Einsetzungsaspekt	Gegenstandsaspekt	
			Unbekannte Zahl	Allgemeine Zahl
<b>Variable</b>	nicht gedeutetes Symbol	Einsetzstelle/ Platzhalter für Zahlen	steht für unbekannte Zahl, die gesucht wird	steht für alle Zahlen, für die man verallgemeinert
<b>Term</b>	nicht gedeutete Symbolkette	Rechenvorschrift, in die Zahlen eingesetzt werden können	Beschreibung für eine weitere unbekannte Zahl	Beschreibung eines allgemeinen Zusammenhangs
<b>Termgleichwertigkeit</b>	Umformungsgleichheit: die beiden Terme sind ineinander überführbar	Einsetzungsgleichheit: zwei Terme ergeben für alle Einsetzungen denselben Wert	---	Beschreibungsgleichheit: zwei Terme beschreiben dieselbe Situation, dasselbe Bild
<b>Gleichung</b>	nicht gedeutete Symbolkette	Aussageform, in der durch Einsetzen potenzielle Lösungen geprüft werden können	Bestimmungsgleichung als Bedingung, aus der unbekannte Zahl herauszufinden ist	allgemeingültige Bedingung für alle Zahlen
<b>Gleichungsäquivalenz</b>	zwei Gleichungen sind durch Äquivalenzumformungen ineinander überführbar	zwei Gleichungen haben dieselbe Lösungsmenge	zwei Gleichungen beschreiben dieselben unbekannt Zahlen	---

## Rückblick auf die bisherigen Sitzungen

	Kalkülaspekt	Einsetzungsaspekt	Gegenstandsaspekt	
			Unbekannte Zahl	Allgemeine Zahl
<b>Variable</b>	nicht gedeutetes Symbol	Einsetzstelle/ Platzhalter für Zahlen	steht für unbekannte Zahl, die gesucht wird	steht für alle Zahlen, für die man verallgemeinert
<b>Term</b>	nicht gedeutete Symbolkette	Rechenvorschrift, in die Zahlen eingesetzt werden können	Beschreibung für eine weitere unbekannte Zahl	Beschreibung eines allgemeinen Zusammenhangs
<b>Termgleichwertigkeit</b>	Umformungsgleichheit: die beiden Terme sind ineinander überführbar	Einsetzungsgleichheit: zwei Terme ergeben für alle Einsetzungen denselben Wert	---	Beschreibungsgleichheit: zwei Terme beschreiben dieselbe Situation, dasselbe Bild
<b>Gleichung</b>	nicht gedeutete Symbolkette	Aussageform, in der durch Einsetzen potenzielle Lösungen geprüft werden können	Bestimmungsgleichung als Bedingung, aus der unbekannte Zahl herauszufinden ist	allgemeingültige Bedingung für alle Zahlen
<b>Gleichungsäquivalenz</b>	zwei Gleichungen sind durch Äquivalenzumformungen ineinander überführbar	zwei Gleichungen haben dieselbe Lösungsmenge	zwei Gleichungen beschreiben dieselben unbekanntes Zahlen	---

## Rückblick auf die bisherigen Sitzungen

	Kalkülaspekt	Einsetzungsaspekt	Gegenstandsaspekt	
			Unbekannte Zahl	Allgemeine Zahl
<b>Variable</b>	nicht gedeutetes Symbol	Einsetzstelle/ Platzhalter für Zahlen	steht für unbekannte Zahl, die gesucht wird	steht für alle Zahlen, für die man verallgemeinert
<b>Term</b>	nicht gedeutete Symbolkette	Rechenvorschrift, in die Zahlen eingesetzt werden können	Beschreibung für eine weitere unbekannte Zahl	Beschreibung eines allgemeinen Zusammenhangs
<b>Termgleichwertigkeit</b>	Umformungsgleichheit: die beiden Terme sind ineinander überführbar	Einsetzungsgleichheit: zwei Terme ergeben für alle Einsetzungen denselben Wert	---	Beschreibungsgleichheit: zwei Terme beschreiben immer dieselbe Situation, dasselbe Bild
<b>Gleichung</b>	nicht gedeutete Symbolkette	Aussageform, in der durch Einsetzen potenzielle Lösungen geprüft werden können	Bestimmungsgleichung als Bedingung, aus der unbekannte Zahl herauszufinden ist	allgemeingültige Bedingung für alle Zahlen
<b>Gleichungsäquivalenz</b>	zwei Gleichungen sind durch Äquivalenzumformungen ineinander überführbar	zwei Gleichungen haben dieselbe Lösungsmenge	zwei Gleichungen beschreiben dieselben unbekanntes Zahlen	---

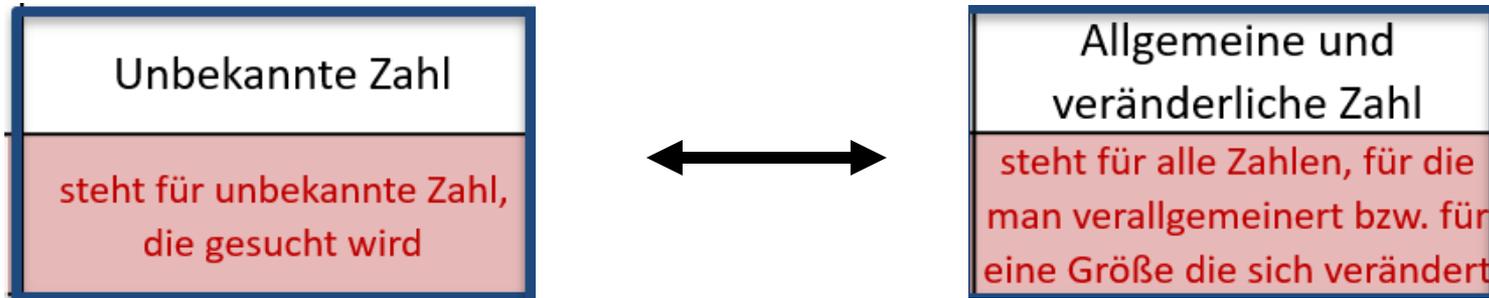
## Rückblick auf die bisherigen Sitzungen

	Kalkülaspekt	Einsetzungsaspekt	Gegenstandsaspekt	
			Unbekannte Zahl	Allgemeine und veränderliche Zahl
<b>Variable</b>	nicht gedeutetes Symbol	Einsetzstelle/ Platzhalter für Zahlen	steht für unbekannte Zahl, die gesucht wird	steht für alle Zahlen, für die man verallgemeinert bzw. für eine Größe die sich verändert
<b>Term</b>	nicht gedeutete Symbolkette	Rechenvorschrift, in die Zahlen eingesetzt werden	Beschreibung für eine weitere unbekannte Zahl	Beschreibung eines allgemeinen Zusammenhangs
		Zeit: zwei für alle selben	---	Beschreibungsgleichheit: zwei Terme beschreiben dieselbe Situation, dasselbe Bild
<b>Gleichung</b>	nicht gedeutete Symbolkette	Einsetzen potenzielle Lösungen geprüft werden können	Bestimmungsgleichung als Bedingung, aus der unbekannte Zahl herauszufinden ist	allgemeingültige Bedingung für alle Zahlen
<b>Gleichungs-äquivalenz</b>	zwei Gleichungen sind durch Äquivalenzumformungen ineinander überführbar	zwei Gleichungen haben dieselbe Lösungsmenge	zwei Gleichungen beschreiben dieselben unbekanntes Zahlen	---

### Kurze Überlegung:

Muss eine explizite Unterscheidung dieser beiden Konzepte im Unterricht thematisiert werden? Würden Sie dafür wertvolle Unterrichtszeit opfern?

## Unbekannte & Veränderliche unterscheiden



### Aufgabe 21

Überlegen Sie zu dritt, wie man die Unterschiede beider Variablenvorstellungen verdeutlichen kann...

- ... im Kontext der E-Scooter-Aufgabe *sowie*
- ... mittels symbolischer, ikonischer und verbaler Darstellungen (Term/Gleichung, Tabelle und günstige Sprachmittel).

## Unbekannte & Veränderliche unterscheiden

### E-Scooter-Aufgabe

Angebot	
Preis für Entsperren	1,00 €
Preis pro Minute	0,15 €



#### Variable als unbekannte Zahl

Ich kann nur 3,10 € ausgeben. Wie lange kann ich dafür fahren?

#### Variable als allgemeine Zahl oder veränderliche Zahl

Mich interessiert, was ich für eine Fahrt insgesamt bezahlen muss. Ich weiß noch nicht, wie lange ich fahren werde. Deswegen will ich wissen, wie viel jede beliebige Fahrt kostet.

## Unbekannte & Veränderliche unterscheiden

### Term/ Gleichung und Tabelle

#### Variable als unbekannte Zahl

$$x \cdot 0,15 + 1 = 3,10\text{€}$$

Tag	Fahrzeit (in min)			
16. Mai	?	? · 0,15	? · 0,15 + 1	3,10

←  
horizontale Geste für Unbekannte

#### Variable als allgemeine Zahl oder veränderliche Zahl

$$x \cdot 0,15 + 1 = y$$

Tag	Fahrzeit (in min)			
16. Mai	20	20 · 0,15	20 · 0,15 + 1	4,00
19. Mai	12	12 · 0,15	12 · 0,15 + 1	
24. Mai	27	27 · 0,15	27 · 0,15 + 1	
25. Mai	18	18 · 0,15	18 · 0,15 + 1	
29. Mai	33	33 · 0,15	33 · 0,15 + 1	
02. Juni	100	100 · 0,15	100 · 0,15 + 1	
Für jede beliebige Fahrzeit:	x	x · 0,15	x · 0,15 + 1	

↕ vertikale Geste für Veränderliche

## Unbekannte & Veränderliche unterscheiden

### Sprachmittel

Variable als unbekannte Zahl	Variable als allgemeine Zahl oder veränderliche Zahl
<ul style="list-style-type: none"> <li>• die Fahrzeit, die festgelegt und gesucht ist</li> <li>• die Fahrzeit, die gesucht ist</li> <li>• die versteckte Zahl</li> <li>• die Fahrzeit, die wir berechnen wollen</li> <li>• die unbekannte Fahrzeit, die zu bestimmen ist</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• jede beliebige Fahrzeit</li> <li>• alle möglichen Fahrzeiten auf einmal</li> <li>• verschiedene Fahrzeiten</li> <li>• alle Fahrzeiten</li> <li>• eine variable Fahrzeit</li> <li>• jede Zahl, die für die Fahrzeit einsetzbar ist</li> </ul>

# Wie kann man verschiedene Verwendungsweisen von Variablen unterscheiden?

Erklärvideo aus dem SiMa-Kanal



## Unbekannte & Veränderliche unterscheiden

Mathematik - Regelheft Name: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

**Unbekannte oder Veränderliche?**

**Aufgabe 1: Veränderliche oder unbekannte Fahrzeiten vergleichen**

Till blickt auf das Angebot und überlegt:

**E-Scooter:**  
0,15 € pro Minute  
1 € für Entsperrten

  
Till

Mich interessiert, was ich für eine Fahrt insgesamt bezahlen muss. Ich weiß noch nicht, wie lange ich fahren werde. Deswegen will ich wissen, wie viel jede beliebige Fahrt kostet.

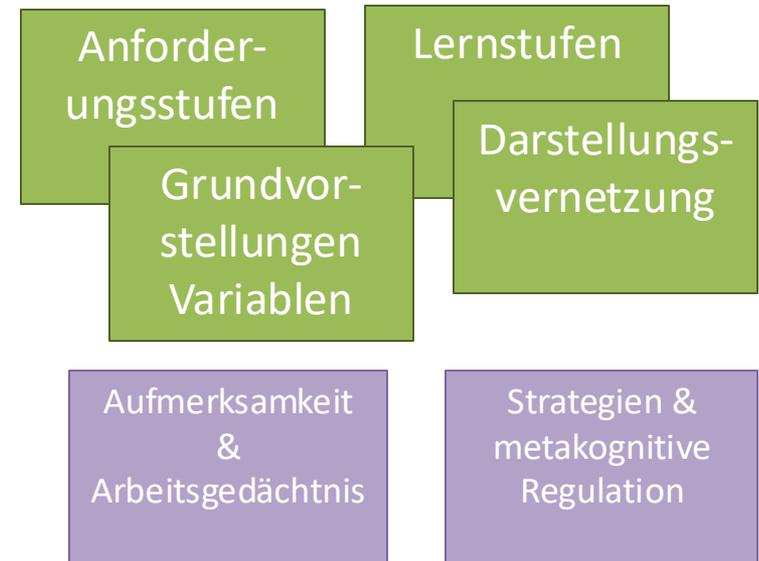
Maya denkt ganz anders:

Ich kann nur 3,10€ ausgeben. Wie lange kann ich dafür fahren?

  
Maya

a) Erkläre in eigenen Worten, wie Till und Maja denken. Was ist gleich? Was sind die Unterschiede? Finde jeweils auch einen Term oder eine Gleichung.

b) Nutze das Video, um deine Erklärung zu überprüfen, und fülle die Übersicht in Speicherkiste D aus. Sortiere dafür die Textfelder richtig zu und vervollständige sie, wenn nötig.



## Arbeitsauftrag 22

Untersuchen Sie die vorliegende Aufgabe:

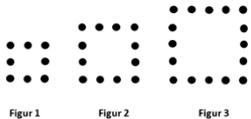
- Was halten Sie für gelungen?
- Was würden Sie verändern? Überlegen Sie jeweils, was Sie für erfolgreiche Lernende und was Sie für nicht-erfolgreiche Lernende anpassen würden. Beziehen Sie sich dabei explizit auf die Metaplankarten aus der Fortbildungsreihe.



## Unser Programm für heute

1. Ankommen, Begrüßen & Ziele für heute
2. Variablenkonzept der allgemeinen/veränderlichen Zahl
3. Variablenkonzepte unterscheiden
4. **Abschluss-Reflexion**

# Abschlussreflexion



## Aufgabe Terrassenfläche

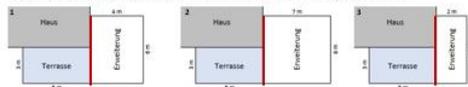
Familie Yildiz will eine Terrasse bauen. Der Teil direkt vor dem Haus soll 3m mal 5m sein. Familie Yildiz diskutiert noch, wie die Erweiterung rechts neben dem Haus aussehen soll. Die Breite von  $6\frac{1}{2}$ m steht fest.



a) Lies den Text.

- Was ist gegeben? Beschrifte das Foto.
- Was ist gesucht?

b) Familie Yildiz hat schon drei Skizzen mit verschiedenen Erweiterungen gezeichnet.



Mathematik-Basisheft Name: Datum:

### E-Scooter

**Aufgabe 2**

a) Tim will für seine Fahrt mit dem E-Scooter aus Aufgabe 1 die Kosten berechnen. Er notiert sich alle Informationen übersichtlich in einer Tabelle.

Welches Bild gehört wohin? Ordne so und bilde ein.

16. Mai	20	20 · 0,15	20 · 0,15 + 1	4,00

**Entsperren 1,00 €**

**Preis pro Minute 0,15 €**

Mathematik-Basisheft Name: Datum:

### Kosten für eine Taxifahrt beschreiben

**Aufgabe 1**

Um 16h15 Uhr, 20. Oktober muss die L76 in Saarbrücken. Zusätzlich sind ebenfalls eine Grundgebühr von 2,00 € fällig.

a) Ergänze die Tabelle.

- Die Höhe der Kilometer-Versätze für alle Tage bis zum 6. Juli ist...
- Für den 6. Juli darf die die **gesetzliche** Fahrpreismenge auszuwählen.
- Wichtige auch den Preis für die entsprechenden für **gesetzliche** Fahrpreismenge auf.

Tage	Fahrtstrecke (km)	Kosten ohne Fahrpreismenge (km)	Kosten Fahrpreismenge und Grundgebühr (km)
3. Juli	5	... 1,75	... 1,75 + 2
3. Juli	5	... 1,75	
4. Juli	5	... 1,75	
5. Juli			
6. Juli			
9. Juli			

Wichtige auch die 1., 3. und 4. Spalte der Tabelle.

- Markiere **1,75** jeweils blauer gezeichnet.
- Markiere **2,00** jeweils blauer gezeichnet.

c) Erkläre für die Tabelle, warum die auf 2,75 malnehmen.

d) Erkläre für die Tabelle, warum die plus 2 malnehmen.

## Abschlussreflexion

Bewerten Sie das Potential der Aufgaben Punktmuster, Terrasse, E-Scooter und Taxi für den Einsatz im inklusiven Unterricht.

Welchen Bedingungen müssen Lernumgebungen genügen, damit sie inklusives Lernen ermöglichen können?

## Die Aufgaben Terrasse, Punktmuster und E-Scooter haben für inklusives Lernen folgendes Potential:

- Die reichhaltige Darstellungsvernetzung ermöglicht unterschiedliche Zugänge, vielfältige Verstehensfundierungen und die Möglichkeit des Voneinander-Lernens im gemeinsamen Austausch.
- Innerhalb der Aufgaben werden reichhaltige kognitive Aktivitäten eingefordert von Anforderungsstufe 1 bis (mind.) Anforderungsstufe 3.
- Es wird aus einer Sachsituation heraus die Verwendung von allgemeinen Zahlen motiviert.
- Es werden Möglichkeiten zur Anbahnung einer Grundvorstellung von Variablen als allgemeine/veränderlichen Zahl angeboten, die bewusst den Übergang von der Arithmetik zur Algebra thematisieren und damit einer Übergeneralisierung von arithmetischen Termen entgegenwirken.
- Dabei können sinnvolle Lernziele auf unterschiedlichen curricularen Stufen erreicht werden.

Darstellungs-  
vernetzung

Anforderungs-  
stufen

Grund-  
vorstellungen

Lernstufen

## Die Aufgaben Terrasse, Punktmuster und E-Scooter haben für inklusives Lernen folgendes Potential:

Sie versuchen die überfachlichen Lernvoraussetzungen *Aufmerksamkeit & Arbeitsgedächtnis, Strategien & metakognitive Regulation* und *Motivation & Selbstkonzept* zu berücksichtigen, damit allen Lernenden ein erfolgreiches Lernen ermöglicht werden kann.

- Dies sollte möglichst konkret anhand von fachlichen Inhalten passieren und ist deswegen explizit eine Aufgabe von Mathematiklehrkräften die sie am besten in Absprache mit Sonderpädagog\*Innen bewältigen können.

Aufmerksamkeit &  
Arbeitsgedächtnis

Strategien & meta-  
kognitive Regulation

Motivation &  
Selbstkonzept

## Rückblick auf die Veranstaltungsreihe

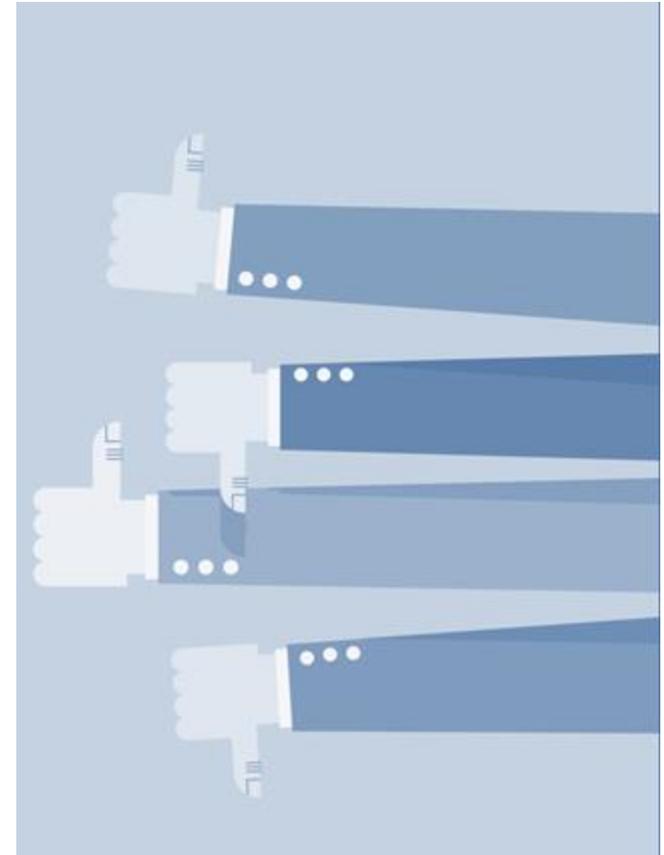


(adaptiert nach Prediger et al., 2020)

## Feedback als Daumenprobe

### Wie hat Ihnen die Veranstaltung heute gefallen?

[Sprechen Sie mich gerne hinterher an, und sagen Sie mir genauer, was Sie sich anders wünschen oder was genau Ihnen gefallen hat.]



*danke!*

## Literatur

- Korntreff, S. & Prediger, S. (2021). Verstehensangebote von YouTube-Erklärvideos: Konzeptualisierung und Analyse am Beispiel algebraischer Konzepte. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 43(2), 281–310. <https://doi.org/10.1007/s13138-021-00190-7>
- Korntreff, Stefan & Prediger, Susanne (2022). Zusammenhänge allgemein beschreiben mit Variablen und Termen. Sprachbildendes Unterrichtsmaterial für Klasse 7-10. Open Educational Resources
- Malle, G. (1993). *Didaktische Probleme der elementaren Algebra*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner.
- Prediger, S., Kuhl, J., Büscher, C. & Buró, S. (2020). Mathematik inklusiv lehren lernen: Entwicklung eines forschungsbasierten interdisziplinären Fortbildungskonzepts. *Journal für Psychologie*, 28(2), 288-312. [doi.org/10.30820/0942-2285-2019-2-288](https://doi.org/10.30820/0942-2285-2019-2-288)
- Prediger, S. Şahin-Gür, D. & Korntreff, S. (2022). Sprachbildender Mathematikunterricht. SiMa-FoBi-Baustein 4: Variable und Terme. Vortragsfolien.